

UNIVERSITÉ PARIS XIII - SORBONNE PARIS NORD  
École Doctorale Sciences, Technologies, Santé Galilée

---

# Réalisation de gaz quantiques de grand spin

---

THÈSE DE DOCTORAT

présentée par

**Pierre BATAILLE**

Laboratoire de Physique des Lasers

pour l'obtention du grade de  
DOCTEUR EN PHYSIQUE

soutenue le 20 Décembre 2022 devant le jury d'examen composé de :

**GUELLATI Saïda** ..... Présidente du jury  
**CHICIREANU Radu** ..... Rapporteur  
**BOIRON Denis** ..... Rapporteur  
**MARÉCHAL Étienne** ..... Examineur  
**LALIOTIS Athanasios** ..... Examineur  
**LABURTHE-TOLRA Bruno** ..... Directeur de thèse  
**GORCEIX Olivier** ..... Co-directeur de thèse  
**ROBERT-DE-SAINT-VINCENT Martin** ..... Co-encadrant



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
0.1 Simulation quantique et modèle de Hubbard . . . . .	1
<b>1 Dispositif expérimental</b>	<b>5</b>
1.1 Propriétés physiques d'intérêt du $^{87}\text{Sr}$ . . . . .	5
1.2 Vue d'ensemble du dispositif expérimental . . . . .	7
1.3 La chaîne optique bleue . . . . .	8
1.3.1 Montage optique . . . . .	8
1.3.2 Décalage en fréquence des différents faisceaux bleus . . . . .	10
1.3.3 Asservissement en fréquence du laser bleu : asservissement par transfert de modulation . . . . .	13
1.4 La chaîne optique rouge . . . . .	19
1.4.1 Montage optique . . . . .	19
1.4.2 Décalage en fréquence des différents faisceaux rouges . . . . .	21
1.4.3 Asservissement en fréquence du laser rouge : asservissement Pound-Drever-Hall . . . . .	24
1.5 Le laser de repompage . . . . .	30
1.5.1 Rôle du laser de repompage . . . . .	30
1.5.2 Choix de l'excursion en fréquence de balayage de la repompe . . . . .	31
1.5.3 Piégeage magnétique des atomes dans l'état métastable $5s5p\ ^3P_2$ . . . . .	33
1.5.4 Montage optique . . . . .	34
1.6 Le four . . . . .	35
1.6.1 Montage . . . . .	35
1.6.2 Distribution de vitesses . . . . .	36
1.7 Le refroidissement transverse . . . . .	36
1.8 Le ralentisseur Zeeman . . . . .	37
1.8.1 Principe du ralentisseur Zeeman . . . . .	37
1.8.2 Spécificités de notre ralentisseur Zeeman : . . . . .	40
1.9 Le piège magnéto-optique en raie large . . . . .	41
1.9.1 Description théorique . . . . .	41
1.9.2 Caractéristiques de notre piège magnéto-optique en raie large . . . . .	43
1.10 Le piège magnéto-optique en raie étroite . . . . .	43
1.11 Le piège dipolaire . . . . .	44
1.11.1 Montage optique . . . . .	45
1.11.2 Polarisabilité de l'état fondamental $^1S_0$ du $^{87}\text{Sr}$ , et profondeur du piège dipolaire . . . . .	48
1.11.3 Détermination des fréquences du piège et des waists réels . . . . .	48

1.12	Les réseaux optiques à 532 nm . . . . .	52
1.12.1	Schéma optique . . . . .	52
1.12.2	Chargement du réseau à 532 nm . . . . .	55
1.13	Les réseaux optiques à 1064 nm . . . . .	55
1.13.1	Schéma optique . . . . .	55
1.14	Les réseaux optiques à 689 nm . . . . .	58
1.14.1	Schéma optique . . . . .	58
1.14.2	Réseau optique total . . . . .	58
1.15	L'imagerie . . . . .	62
1.15.1	Imagerie du nuage dans un plan vertical : schéma optique . . . . .	62
1.15.2	Mesure du nombre d'atomes par fluorescence . . . . .	62
1.15.3	Mesure du nombre d'atomes par absorption . . . . .	63
1.15.4	Nuages de Fermi . . . . .	64
<b>2</b>	<b>Spectroscopie shelving sur la raie d'intercombinaison</b>	<b>65</b>
2.1	Limites liées à la spectroscopie en raie étroite . . . . .	65
2.2	Dispositif expérimental . . . . .	67
2.3	Spectre obtenu . . . . .	70
2.4	Précision de la mesure de fréquence absolue . . . . .	72
2.4.1	Optimisation de la pente du signal . . . . .	72
2.4.2	Instabilité et incertitude sur la mesure de fréquence . . . . .	74
2.5	Exactitude de mesure . . . . .	76
2.6	Conclusion et perspectives . . . . .	78
2.7	Appendice A - Modèle du rapport signal à bruit et de l'instabilité en fréquence . . . . .	79
2.7.1	Lois d'échelle pour l'instabilité . . . . .	79
2.7.2	Modèle numérique . . . . .	80
2.8	Appendice B - Robustesse face à une référence secondaire . . . . .	85
<b>3</b>	<b>Transfert d'impulsion dépendant du spin</b>	<b>87</b>
3.1	Introduction . . . . .	87
3.2	Description simplifiée de notre méthode de mesure des populations de spin d'un nuage ultrafroid de $^{87}\text{Sr}$ . . . . .	87
3.3	Description théorique de notre processus de diffraction . . . . .	89
3.3.1	Diagonalisation de l'Hamiltonien de couplage dans le cas où $\delta = 0$ . . . . .	90
3.3.2	Diagonalisation de l'Hamiltonien de couplage dans le cas où $\ \delta\  \gg \Omega$ . . . . .	91
3.3.3	Dynamique du transfert adiabatique . . . . .	94
3.4	Un outil de contrôle des populations de spin : le pompage optique . . . . .	94
3.5	Mesure de spectres complets . . . . .	95
3.6	Confrontation du modèle avec l'expérience . . . . .	97
3.6.1	Détermination de la polarisation des différents faisceaux et iden- tification des nuages diffractés . . . . .	97
3.6.2	Inversion du sens de balayage . . . . .	100
3.6.3	Transfert adiabatique aller-retour . . . . .	100
3.6.4	Effet d'une chute libre . . . . .	100
3.7	Optimisation des signaux de diffraction . . . . .	101
3.7.1	Efficacité de transfert selon les différentes raies . . . . .	102

3.8	Avantages, limites et contraintes de notre méthode : . . . . .	105
3.8.1	Influence des imperfections de polarisation sur la sélectivité en spin	105
<b>4</b>	<b>Imagerie sub-résolution</b>	<b>107</b>
	<b>Conclusion</b>	<b>115</b>

# Introduction

## 0.1 Simulation quantique et modèle de Hubbard

La simulation quantique est une approche expérimentale qui permet d'étudier des systèmes quantiques complexes, souvent à  $N$  corps en interaction, en créant des systèmes quantiques analogues facilement contrôlables. On en entrevoit les prémices dans la fameuse conférence de R. Feynman en 1981 au *California Institute of Technology* (publiée en 1982 [1]) :

"Let the computer itself be built of quantum mechanical elements which obey quantum mechanical laws. [...] I must point out that you must directly generate the probabilities, the results, with the correct quantum probability. Directly, because we have no way to store all the numbers, we have to just imitate the phenomenon directly."

Nombre de ces problèmes probabilistes (ou quantiques) à  $N$  corps peuvent être résolus par des méthodes numériques sur des ordinateurs classiques pour  $N$  relativement faible. Cependant, il est important de noter que la simulation quantique n'est pas juste une autre méthode de résolution de ce genre de problème. En effet, la résolution numérique classique d'un système différentiel probabiliste à  $N$  corps pouvant occuper  $N$  états (e.g.) nécessite de stocker la probabilité associée à chacune des  $N^N$  configurations possibles à chaque étape de l'intégration, alors qu'un système différentiel classique ne nécessite de stocker que les valeurs de  $\alpha N$  variables à chaque étape. La simulation quantique représente donc la seule option qui s'offre actuellement à nous pour l'intégration *ab initio* de problèmes probabilistes (i.e. quantiques) à  $N$  corps pour  $N$  très grand, comme R. Feynman l'énonce, toujours dans sa conférence de 1981 :

"We emphasize, if a description of an isolated part of nature with  $N$  variables requires a general function of  $N$  variables and if a computer simulates this by actually computing or storing this function then doubling the size of nature ( $N \rightarrow 2N$ ) would require an exponentially explosive growth in the size of the simulating computer. It is therefore impossible, according to the rules stated, to simulate by calculating the probability."

Parmi ces problèmes quantiques à  $N$  corps, on retrouve la diagonalisation de l'hamiltonien de Hubbard [2], qui décrit des fermions dans un réseau qui n'interagissent que sur le même site et se déplacent par effet tunnel d'un site à l'autre. Il est central pour comprendre les propriétés électroniques des solides, et de façon plus générale, de multiples problèmes de corrélations fortes en physique de la matière condensée.

Malgré son apparente simplicité (voir éq. 1), il renferme une physique très riche, dont une grande partie des questions restent ouvertes, l'exemple le plus célèbre étant sans

doute l'étude de la supraconductivité à haute température des cuprates [3], qui nécessite une meilleure compréhension de l'isolant de Mott dopé [4], des liquides de spin RVB [5] et des phénomènes de frustrations qui y sont liés [6, 7].

Notre propre expérience cherche à explorer la généralisation SU(N) du modèle de Hubbard [8], que je vais introduire ci-dessous. Nous utilisons pour cela un des isotopes fermioniques du strontium, le  $^{87}\text{Sr}$ . Avec son spin purement nucléaire  $F = 9/2$ , les interactions entre atomes sont indépendantes de l'état de spin : c'est la symétrie SU(N). Le spin des électrons est découplé du spin nucléaire, et les états orbitaux qui fixent l'énergie d'interaction à longue distance sont indépendants du spin nucléaire. Reste alors à le piéger dans un réseau optique pour simuler le modèle de Fermi-Hubbard SU(N), et bénéficier de toute l'ajustabilité et la modularité qu'offrent les réseaux optiques [9, 10].

En particulier, on peut contrôler les interactions entre atomes par le confinement, ainsi que la population de chacun des 10 états de spin du fondamental (voir partie 3.4), de sorte que l'on peut explorer toute une gamme d'hamiltoniens de Hubbard SU(N) différents, en peuplant de  $N = 2$  états (analogie avec des électrons dans des solides) jusqu'à  $N = 10$  états, en passant par  $N = 3$  (analogie à la charge de couleur des quarks [11]). On entre dans un régime encore très peu exploré du magnétisme quantique pour  $N \geq 5$  [12].

L'hamiltonien de Hubbard SU(N) que l'on souhaite simuler avec notre système s'écrit :

$$H = -t \sum_{\langle i,j \rangle} \sum_{\alpha} [c_{i\alpha}^{\dagger} c_{j\alpha}] + \frac{U}{2} \sum_i \sum_{\alpha \neq \alpha'} n_{i\alpha} n_{i\alpha'} \quad (1)$$

avec  $i$  et  $j$  les indices des sites du réseau ( $\sum_{\langle i,j \rangle}$  indique une somme entre plus proches voisins uniquement),  $n_{i\alpha}$  le nombre d'atomes dans l'état de spin  $\alpha$  dans le site  $i$ ,  $c_{i\alpha}$  les opérateurs fermioniques d'annihilation d'atomes avec le spin  $\alpha$  dans le site  $i$ ,  $t$  l'énergie cinétique (associée à l'effet tunnel) et  $U$  l'énergie d'interaction sur site. Ces deux derniers paramètres sont déterminés par la profondeur du réseau optique [10, 13].  $U$  est proportionnel à  $a_s$ , la longueur de diffusion en onde  $s$  entre deux atomes dans l'état fondamental. Expérimentalement, le rapport  $U/t$  peut être ajusté en faisant varier la profondeur du réseau optique, i.e. en faisant varier l'intensité des lasers qui le créent.

Dans la limite de couplage fort ( $\frac{U}{t} \gg 1$ ), et pour un nombre d'atomes total (tous états de spin confondus) par site entier, le système devient un isolant de Mott à basse température [14]. Dans ce régime, le déplacement des atomes devient virtuel uniquement, puisque déplacer un atome d'un site donné à un site voisin occupé coûte trop d'énergie ( $U$ ). Par la théorie des perturbations au second ordre, on voit apparaître une interaction effective spin-spin entre plus proches voisins, interaction dite de superéchange [15].

Pour un spin 1/2, on retrouve l'hamiltonien d'Heisenberg :

$$H^{(2)} = J \left[ S_1^z S_2^z + \frac{1}{2} (S_1^+ S_2^- + S_1^- S_2^+) \right] + \text{cst} = J \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 + \text{cst} \quad (2)$$

avec  $\vec{S}_i = S_i^x \vec{e}_x + S_i^y \vec{e}_y + S_i^z \vec{e}_z$  et  $J = \frac{4t^2}{U}$ .

Sa généralisation à un réseau de spins SU(N) (on suppose que le système est invariant par translation) s'écrit :

$$H^{(2)} = \frac{2t^2}{U} \sum_{\langle i,j \rangle} \sum_{\alpha \neq \beta} S_{\alpha,\beta}(i) S_{\beta,\alpha}(j) \quad (3)$$

où les opérateurs de spin  $S_{\alpha,\beta}(i) = c_{\alpha,i}^\dagger c_{\beta,i}$  satisfont les relations de commutation de l'algèbre  $SU(N)$   $[S_{\alpha,\beta}(i), S_{\gamma,\delta}(j)] = \delta_{i,j}(\delta_{\beta\gamma}S_{\alpha,\delta} - \delta_{\alpha\delta}S_{\beta,\gamma})$  [8]. L'opérateur  $S_{\alpha,\beta}(i)$  peut être vu comme l'opérateur ladder  $S^+$  restreint au sous-espace  $\{\alpha, \beta\}$  et l'opérateur  $S_{\alpha,\beta}(i)S_{\beta,\alpha}(j)$  comme un opérateur d'échange entre deux spins de ce sous-espace dans 2 sites différents. Ces opérateurs  $S_{\alpha,\beta}$  sont les générateurs du groupe  $SU(N)$ . La recherche expérimentale sur la physique du hamiltonien de Hubbard  $SU(N)$  connaît un fort développement depuis ces dix dernières années [16-20].

C'est ce cas particulier que nous cherchons aussi à explorer expérimentalement avec notre système. Pour cela, il nous faut réaliser un nuage de  $^{87}\text{Sr}$  ultrafroid puis le charger dans un réseau optique dans un régime d'isolant de Mott. Il nous faut en plus être capable de peupler arbitrairement de 2 à 10 états de spins pour explorer différentes symétries  $SU(N)$ . On souhaite aussi obtenir des images résolues en impulsion et en spin de ces différentes populations, afin de mesurer des corrélations entre spins, qui peuvent notamment nous renseigner sur l'état fondamental de l'hamiltonien d'Heisenberg  $SU(N)$ .

Mon travail de thèse s'est articulé autour de ce but, du refroidissement des atomes de  $^{87}\text{Sr}$  (voir partie 1.2) jusqu'au développement des outils pour préparer les populations de spin (voir partie 3.4) et mesurer les distributions d'impulsion résolues en spin (voir partie 3).

À chacune de ces étapes, la raie étroite d'intercombinaison du strontium,  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ , ( $\lambda = 689 \text{ nm}$ ,  $\gamma/2\pi = 7.4 \text{ kHz}$ ) a été centrale :

- comme  $\gamma$  est très faible, on peut atteindre des températures très basses dans le piège magnéto-optique sur la raie étroite (partie 1.10). Cela implique aussi une plus faible diffusion multiple de photons par les atomes au sein du piège magnéto-optique (processus qui limite la densité dans l'espace des MOTs). Au total, cela se traduit par une forte densité dans l'espace des phases et un très bon chargement du piège dipolaire.
- comme  $\hbar\gamma \ll \Delta_{\text{HFS}}$  (séparation en énergie typique entre les états hyperfins), on peut faire un réseau optique à 689 nm dépendant du spin mais avec très peu de diffusion par émission spontanée, ce qui nous permettra d'y charger des atomes dans un état proche de l'état de Néel (partie 1.14),
- comme  $\hbar\gamma$  est très faible devant la différence d'énergie entre deux transitions  $m_F \rightarrow m'_F + 1$  consécutives,  $[g_F \mu_B - \frac{g_I}{I} \mu_B] B$ , pour un champ magnétique  $B$  de quelques Gauss seulement, on peut peupler arbitrairement de 1 à 10 états de spins par pompage optique en séparant les différentes transitions  $m_F \rightarrow m'_F$  avec un champ magnétique de quelques G (partie 3.4). On peut aussi faire de la manipulation de spin sans craindre trop d'émission spontanée. C'est comme cela qu'on pourra mesurer la distribution en spin sans toucher (ou presque) à la distribution en impulsion, ce qui ouvre la voie à des mesures de corrélation de spins résolues en impulsion (partie 3).

Le cœur du texte sera séparé en quatre parties :

1. D'abord, je décrirai les étapes expérimentales successives permettant d'obtenir un gaz de Fermi dégénéré en réseau. J'aborderai notamment les différentes étapes de notre piège magnéto-optique en raie étroite. Nous verrons ensuite comment nous avons obtenu la première mer de Fermi de  $^{87}\text{Sr}$  en France et l'architecture des réseaux dans lesquels on la charge. Enfin, je montrerai qu'au sein de ces réseaux nous pourrions préparer une quasi-alternance de spin.

2. Je parlerai ensuite de la nouvelle méthode de spectroscopie de la raie d'intercombinaison que nous avons développée [21]. Les méthodes de spectroscopie directe (comme l'absorption saturée) sont limitées par le taux de diffusion très faible associé à la raie étroite. Notre méthode, appliquée pour la première fois au strontium, "imprime" une raie sub-Doppler sur les populations du fondamental, mais en fait la détection en utilisant la raie large ( $\Gamma/2\pi = 30.5$  MHz). Elle nous permet de gagner un facteur  $\Gamma/\gamma$  sur l'amplitude du signal de spectroscopie par rapport aux méthodes classiques. Cette technique s'inspire des techniques couramment utilisées dans les horloges à ion [22, 23] et la spectroscopie moléculaire [24].
3. Puis, je détaillerai la méthode de couplage spin-orbite que nous avons développée pour mesurer, de façon résolue en impulsion, la population des 10 états de spin du fondamental [25]. Elle utilise deux faisceaux contrapropageants pour diffracter adiabatiquement, à l'aide d'une transition Raman passant par  $^3P_1$ , deux populations de spin données parmi les  $N$  états de spin de la mer de Fermi. La sélectivité en spin de la transition Raman et donc du transfert d'impulsion est assurée par un champ magnétique de biais, qui permet de résoudre toutes les transitions étroites  $|^1S_0, F = 9/2, m_F\rangle \rightarrow |^3P_1, F = 11/2, m_{F'}\rangle$ . L'adiabaticité du procédé assure une très bonne robustesse aux fluctuations des lasers, que ce soit en intensité ou en fréquence. L'état intermédiaire de la transition est un état quasi-noir : l'émission spontanée est donc inhibée pendant la diffraction. J'aborderai aussi dans cette partie la façon dont on peut peupler de façon arbitraire de 1 à 10 états de spin du fondamental, en exploitant là encore la résolution en  $m_F$  que nous offre la raie étroite. Cette technique est utilisée avant évaporation. L'absence de collisions avec redistribution de spins, directe conséquence de la symétrie  $SU(N)$  [26], assure que la distribution initialement produite est conservée jusqu'à la dégénérescence, et permet d'explorer la gamme complète des hamiltoniens  $SU(N)$ .
4. Enfin, je reviendrai succinctement sur une technique d'imagerie sub-résolution que nous avons développée [27]. Quand un nuage est plus petit que la limite de résolution du système, si ce système est optiquement dense, la quantité de lumière absorbée par l'échantillon porte une information sur sa taille. On verra comment extraire cette information.

Par l'ensemble de ces travaux, nous aboutissons à une plateforme de simulation quantique fonctionnelle pour la simulation quantique de l'hamiltonien de Fermi-Hubbard  $SU(N)$ .

# Chapitre 1

## Dispositif expérimental

### 1.1 Propriétés physiques d'intérêt du $^{87}\text{Sr}$

Le strontium est un alcalino-terreux (deuxième colonne de la classification périodique). Le spin nucléaire du  $^{87}\text{Sr}$  vaut  $I = 9/2$  : c'est le plus haut parmi tous les isotopes stables des alcalino-terreux.

La configuration électronique de l'état fondamental du strontium est  $[\text{Kr}]5s^2$ , avec deux électrons de valence dans la couche  $s$ . Les spins de ces deux électrons peuvent être anti-parallèles (état singulet,  $S = 0$ ) ou parallèles (état triplet,  $S = 1$ ). Elle est donc analogue à celle, bien connue, de l'hélium.

Les états singulet et triplet sont connectés par des raies d'intercombinaison étroites. Dans cette partie, je me concentrerai sur quatre de ces états (voir fig. 1.1), qui sont les seuls à intervenir explicitement dans l'ensemble des processus expérimentaux présentés dans cette thèse :

- l'état fondamental singulet  $5s^2\ ^1S_0$  ;
- le singulet  $5s5p\ ^1P_1$ , état excité de la transition  $5s^2\ ^1S_0 \leftrightarrow 5s5p\ ^1P_1$  utilisée entre autres pour le piège magnéto-optique en raie large et l'imagerie ;
- le triplet  $5s5p\ ^3P_{0,1,2}$ , avec, en particulier, l'état  $^3P_1$ , état excité de la transition  $5s5p\ ^1S_0 \leftrightarrow 5s5p\ ^3P_1$  utilisée, entre autres, pour le piège magnéto-optique en raie étroite ;
- le triplet  $5s6d\ ^3D_{1,2,3}$ , qui intervient dans la transition de repompage  $5s5p\ ^3P_2 \leftrightarrow 5s6d\ ^3D_2$  entre les pièges magnéto-optiques large et étroit.

Il est intéressant de noter que les deux raies de refroidissement mentionnées ci-dessus sont communes à tous les alcalino-terreux.

**Le fondamental  $5s^2\ ^1S_0$  :** Le fondamental du  $^{87}\text{Sr}$  a 10 états de spins, de  $m_F = -9/2$  à  $m_F = +9/2$ . Cependant, une particularité des alcalino-terreux par rapport aux alcalins est que le facteur de Landé du fondamental est très faible : la levée de dégénérescence entre deux états  $m_F$  consécutifs du fondamental est de 100 Hz/G environ [28]. Cette particularité empêche d'utiliser les techniques classiques d'imagerie résolue en spin comme la séparation Stern-Gerlach, et nécessite donc de développer de nouvelles méthodes spécifiques au  $^{87}\text{Sr}$ , comme on le verra dans la partie 3.

Cette sensibilité très faible au champ magnétique est due au fait que le spin électronique total de cet état singulet est nul ( $S = 0$ ), à cause de l'orientation anti-parallèle

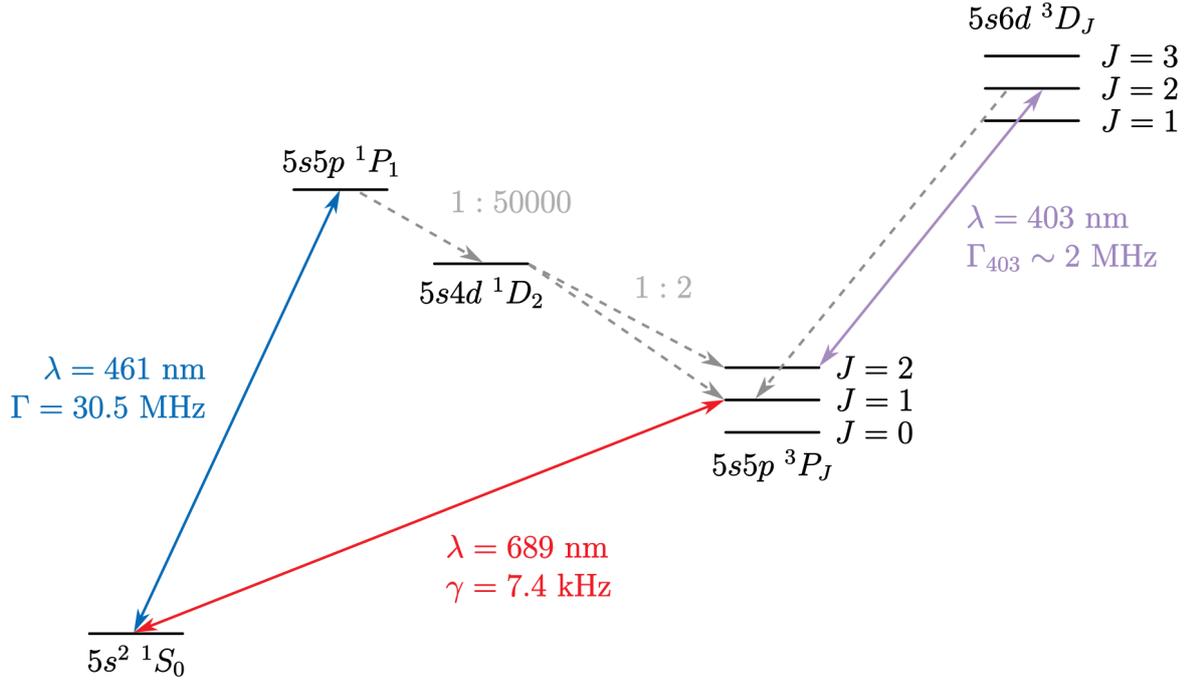


FIGURE 1.1 – Structure de niveaux simplifiée du  $^{87}\text{Sr}$ , ne faisant apparaître que les niveaux et les transitions intervenant dans ce manuscrit. Les flèches en pointillés désignent des transitions qui se font par émission spontanée.

des spins des électrons de valence. Le moment magnétique est donc purement nucléaire, et par conséquent plus faible d'un facteur  $\sim 1000$  (environ le rapport entre la masse du proton et celle de l'électron) que celui des états triplets.

Par ailleurs, cela implique que l'état fondamental des alcalino-terreux n'a aucune structure hyperfine, même dans les cas où le spin nucléaire est non nul ( $I \neq 0$ ), comme pour le  $^{87}\text{Sr}$ .

**Le singulet  $5s5p \ ^1P_1$  :** C'est l'état excité de la transition utilisée pour le piège magnéto-optique bleu (voir 1.9),  $5s^2 \ ^1S_0 \leftrightarrow 5s5p \ ^1P_1$ , qui a une longueur d'onde  $\lambda = 461 \text{ nm}$  et une largeur  $\Gamma = 2\pi \times 30.5 \text{ MHz}$ . On la désignera parfois dans la suite du texte par "transition bleue" ou "raie large".

Outre la désexcitation vers le fondamental, extrêmement majoritaire, l'état  $5s5p \ ^1P_1$  peut aussi se désexciter avec un rapport de branchement de  $1 : 50000$  vers l'état  $5s4d \ ^1D_2$ . De là, l'atome se désexcite ensuite vers les métastables  $^3P_J$ . On verra que ce canal de désexcitation facilite le chargement du piège magnéto-optique rouge.

**Le triplet  $5s5p \ ^3P_J$  :** Les états  $5s5p \ ^3P_J$  sont des états métastables ; en particulier, nous désignerons parfois dans la suite du texte l'état  $^3P_2$  par "le métastable".  $^3P_2$  joue un rôle central dans la transition entre les pièges magnéto-optiques large et étroit. En effet, cet état, sensible au champ magnétique et chargé par la fuite depuis le piège magnéto-optique large, permet de piéger les atomes dans le champ quadropolaire généré par les bobines MOT (voir partie 1.5.3). On peut ainsi accumuler des atomes dans ces états pendant pendant plusieurs secondes lors du piège magnéto-optique bleu, en échappant ainsi aux limites liées à la diffusion de lumière au sein du MOT.

Plus importante encore, la transition d'intercombinaison  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ , avec sa largeur de  $\gamma/2\pi = 7.4$  kHz [28]. On la désignera parfois dans la suite du texte par "transition rouge", "raie étroite" ou "raie d'intercombinaison". Comme nous le verrons à de nombreuses reprises dans la suite de ce manuscrit, la finesse de cette raie, combinée à la très grande différence entre le facteur de Landé du fondamental et celui du  $^3P_1$  et au fait que la séparation en énergie entre états hyperfins est très grande devant  $\gamma$ , permet de résoudre toutes les transitions du fondamental vers les sous-états Zeeman du  $^3P_1$  avec un champ magnétique de quelques Gauss seulement, et ouvre donc la voie à toutes nos méthodes de préparation et manipulation des spins.

Il est intéressant de s'attarder sur la métastabilité des  $^3P_J$ . Leur désexcitation vers l'état fondamental  $^1S_0$  requiert l'inversion du spin d'un des deux électrons de valence, ce qui est impossible en émettant un seul photon : ces états devraient donc être stables.

Cependant, des processus de désexcitation non-dipolaires leur sont accessibles :

- l'état  $^3P_0$  peut se coupler, pour les isotopes fermioniques, avec d'autres états de même parité (notamment  $^3P_1$  et  $^1P_1$ ) par un mécanisme dit de couplage hyperfin, médié par le moment magnétique de spin. Ces états peuvent ensuite se désexciter dans le  $^1S_0$  par simple couplage dipolaire électrique. Le temps de vie de l'état  $^3P_0$  est dans ce cas de l'ordre de 100 s environ [29, 30], soit une largeur de raie de l'ordre du mHz. La transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_0$  est donc la transition d'horloge du strontium [31].
- l'état  $^3P_1$ , lui, peut se désexciter vers le fondamental grâce à un couplage dipolaire faible dû au mélange, par couplage spin-orbite, avec l'état  $^1P_1$ . Il a donc un temps de vie de  $21.4 \mu\text{s}$  (d'où la largeur de  $\gamma/2\pi = 7.4$  kHz pour la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ ).
- l'état  $^3P_2$  a différents trajets de désexcitation. Pour le strontium, le plus important est une transition octopolaire magnétique vers le fondamental, avec un temps de vie théorique de 1000 s [30, 32]. Mukaiyama et al. ont mesuré un temps de vie réel de 500 s [33]. Cette différence avec la théorie, par ailleurs dépendante de la température, est due à l'excitation vers les états  $5s4d\ 3D$  par le rayonnement du corps noir, depuis lesquels les atomes se désexcitent ensuite vers l'état  $^3P_1$ .

**Le triplet  $5s6d\ ^3D_J$  :** La transition  $5s5p\ ^3P_2 \leftrightarrow 5s6d\ ^3D_2$  à 403 nm nous sert à repomper les atomes du métastable  $^3P_2$  vers l'état  $^3P_1$ , utilisé pour le piège magnéto-optique étroit. Le protocole de repompage est décrit en détail dans la partie 1.5.

## 1.2 Vue d'ensemble du dispositif expérimental

Notre dispositif expérimental (représenté en fig. 1.2) suit, dans l'ensemble, le schéma classique d'une expérience d'atomes froids. Un four permet de sublimer du strontium à partir d'un échantillon solide. Cette vapeur est collimatée par des microtubes, puis par un piège magnéto-optique transverse. Le jet effusif de strontium ainsi créé est envoyé dans un ralentisseur Zeeman, d'où il sort suffisamment ralenti pour être piégé dans un piège magnéto-optique 3D (MOT) en raie large ( $\Gamma \sim 30.5$  MHz). Le nuage est ensuite transféré dans un second MOT en raie étroite ( $\gamma \sim 7.4$  kHz), ce qui nous permet d'augmenter encore la densité dans l'espace des phases à l'aide d'un processus purement optique, sans refroidissement évaporatif. C'est là une des spécificités du strontium par rapport à

d'autres atomes, alcalins notamment. Il est enfin transféré dans un piège dipolaire, où il est refroidi par évaporation jusqu'à la dégénérescence. La mer de Fermi ainsi obtenue est ensuite chargée dans des réseaux optiques pour réaliser des expériences. Je vais décrire chacune de ces étapes précisément dans la suite.

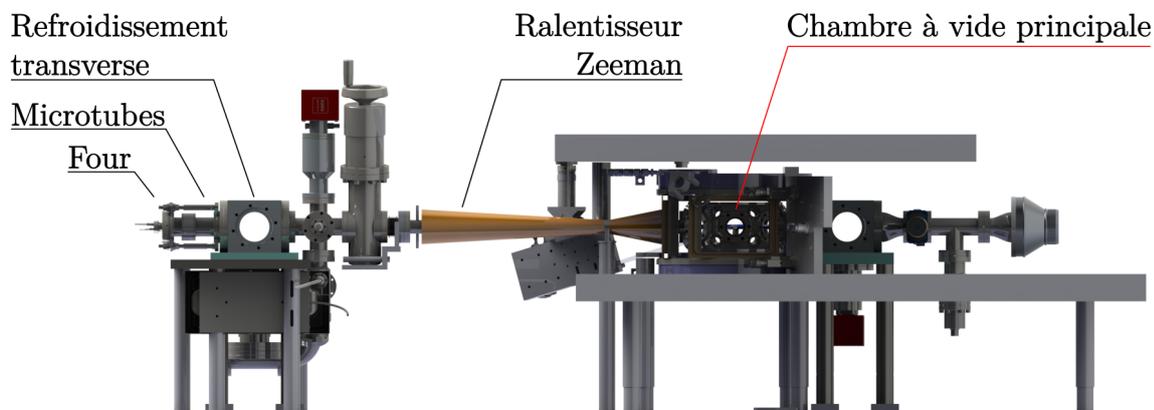


FIGURE 1.2 – Représentation 3D de l'enceinte à vide. Les atomes de strontium sont émis par le four effusif. Ils subissent d'abord un refroidissement transverse dans une première enceinte. Ainsi, plus d'atomes peuvent être ralentis tout au long du ralentisseur Zeeman. Ils arrivent ensuite dans l'enceinte principale, qui possède 16 hublots de diamètre 16 mm, 6 hublots de diamètre 40 mm, et deux hublots de 160 mm de diamètre selon la direction verticale. Il est intéressant de noter que tout ce dispositif est surelevé par rapport à la table optique sur laquelle elle repose, afin de pouvoir exploiter pleinement les hublots verticaux de l'enceinte principale. Une seconde table optique (non représentée ici), plus haute, entoure l'enceinte à vide pour placer des optiques à hauteur des hublots horizontaux.

Dans cette partie, je vais d'abord décrire les chaînes lasers qui interviennent dans les différentes étapes de refroidissement, afin de faire l'inventaire des faisceaux utilisés au fil de ce processus. Je commencerai d'abord par décrire la chaîne laser à 461 nm (dite chaîne bleue), puis celle à 689 nm (dite chaîne rouge), et enfin la chaîne à 403 nm utilisée pour le repompage des atomes entre les pièges magnéto-optique bleu et rouge.

Ensuite, je décrirai une par une les étapes successives de notre expérience, du four jusqu'aux réseaux optiques.

## 1.3 La chaîne optique bleue

### 1.3.1 Montage optique

Le montage optique permettant de préparer les différents faisceaux à 461 nm est reproduit en figure 1.3, en essayant de rester le plus fidèle possible à la façon dont il est effectivement construit sur notre table optique. Le but de ce montage optique est de préparer quatre types de faisceaux de fréquences différentes : les faisceaux du piège magnéto-optique bleu, les faisceaux de refroidissement transverse (utilisés pour collimater les atomes du jet effusif en sortie du four), le faisceau du ralentisseur Zeeman, et enfin le faisceau utilisé pour l'imagerie.

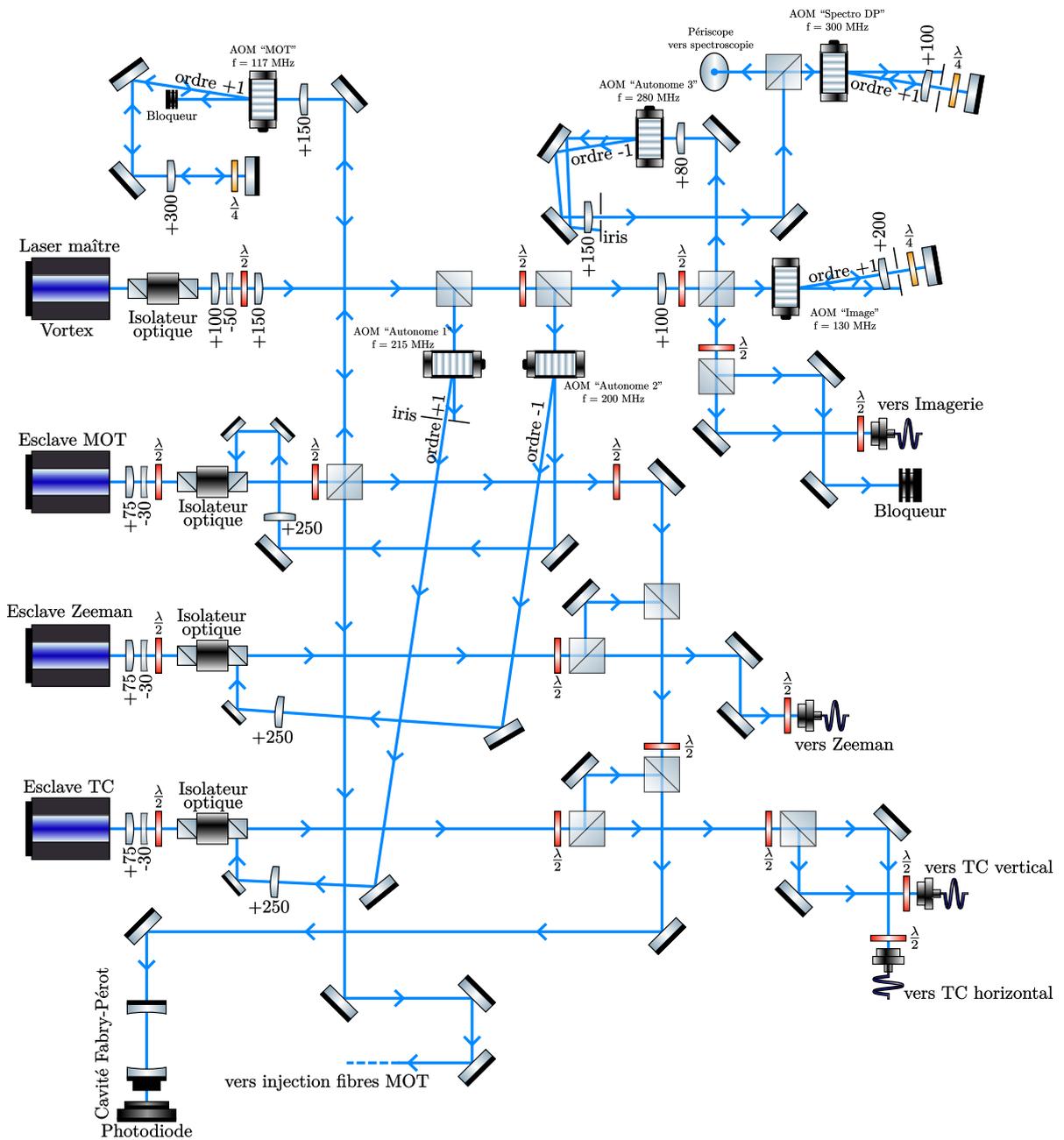


FIGURE 1.3 – Préparation des différents lasers bleus.

Chacun des ces quatre faisceaux est réalisé par un laser différent : le laser principal est une diode laser à cavité étendue (Vortex de chez NewFocus), dit "laser maître", qui d'une part sert pour l'imagerie des atomes, mais est surtout asservi en fréquence à la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  du  $^{88}\text{Sr}$  par transfert de modulation (l'asservissement en fréquence du laser maître est décrit en détail dans la partie 1.3.3). Il injecte ensuite, via un isolateur optique, les trois diodes lasers (sans cavité étendue) restantes, dits "lasers esclaves", qui héritent de sa stabilité en fréquence. Ces trois lasers esclaves correspondent aux faisceaux du piège magnéto-optique bleu, du ralentisseur Zeeman, et du refroidissement transverse, et sont donc appelés respectivement "esclave MOT", "esclave Zeeman" et "esclave TC" (pour *transverse cooling*). Une partie de la puissance de chacun des trois lasers esclaves est envoyée sur une cavité d'analyse Fabry-Pérot. Le signal obtenu sur la photodiode en sortie de la cavité Fabry-Pérot nous renseigne sur la qualité de l'injection des trois lasers esclaves.

Les relations entre les fréquences des différents faisceaux en fonction des fréquences RF envoyées aux différents AOMs sont détaillées dans la partie 1.3.2, à l'aide de schémas simplifiés des différentes chaînes lasers à 461 nm.

### 1.3.2 Décalage en fréquence des différents faisceaux bleus

Dans cette partie, on cherche à donner une expression des différentes fréquences des lasers à 461 nm envoyés sur la chambre à vide principale, en s'appuyant sur des schémas simplifiés des chaînes lasers représentées en figure 1.3. Le tableau 1.1 résume les conclusions de cette partie.

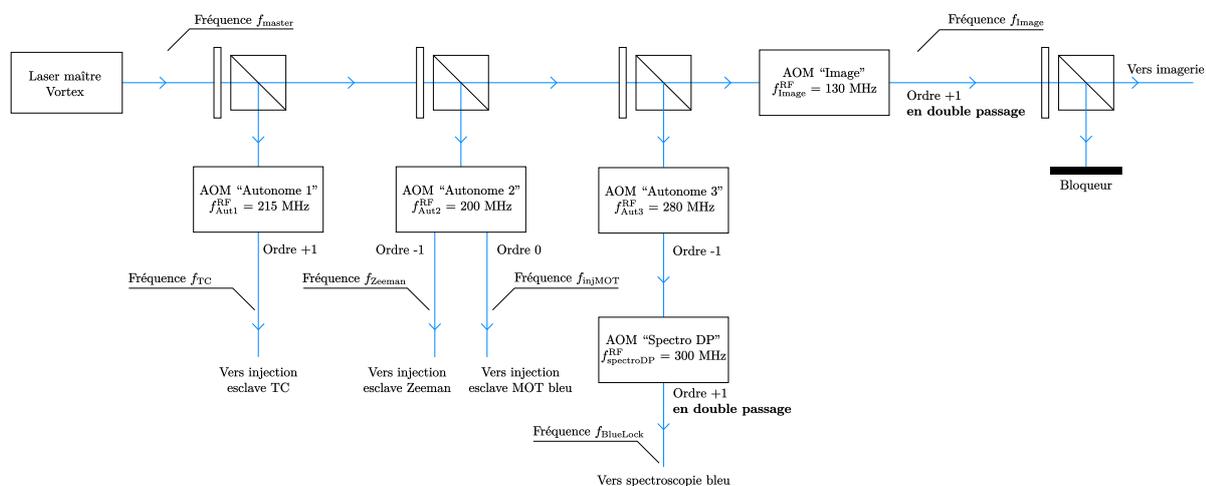


FIGURE 1.4 – Schéma simplifié du chemin optique suivi par le laser maître bleu

La figure 1.4 représente, de façon simplifiée, le chemin optique suivi par le laser maître bleu. Le but de cette figure est d'exposer clairement les fréquences des différents faisceaux que l'on génère à partir du laser maître. J'en ai donc enlevé l'essentiel des éléments qui ont un effet sur les caractéristiques spatiales du laser (lentilles, miroirs, etc.).

Le laser maître en sortie de la Vortex a une fréquence que l'on nomme  $f_{\text{master}}$ . Il est séparé par des cubes polariseurs en quatre faisceaux, chacun envoyés sur des AOMs différents :

- Le premier est envoyé vers un AOM "Autonome 1", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{Aut1}}^{\text{RF}} = 215$  MHz. L'ordre +1 de diffraction en sortie de l'AOM en simple passage sert à injecter l'esclave TC. On note sa fréquence  $f_{\text{TC}}$  et on a donc  $f_{\text{TC}} = f_{\text{master}} + f_{\text{Aut1}}^{\text{RF}}$ .
- Le second est envoyé vers un AOM "Autonome 2", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{Aut2}}^{\text{RF}} = 200$  MHz. L'ordre -1 de diffraction en sortie de l'AOM en simple passage sert à injecter l'esclave Zeeman. On note sa fréquence  $f_{\text{Zeeman}}$  et on a donc  $f_{\text{Zeeman}} = f_{\text{master}} - f_{\text{Aut2}}^{\text{RF}}$ . L'ordre 0 de diffraction en sortie de cet AOM sert, lui, à injecter l'esclave MOT bleu. On note  $f_{\text{injMOT}}$  sa fréquence, avec  $f_{\text{injMOT}} = f_{\text{master}}$ .
- Le troisième est envoyé vers un AOM "Autonome 3", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{Aut3}}^{\text{RF}} = 280$  MHz. L'ordre -1 de diffraction en sortie de l'AOM en simple passage est ensuite envoyé vers un AOM "Spectro DP", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{SpectroDP}}^{\text{RF}} = 300$  MHz. L'ordre +1 en double passage en sortie de l'AOM est envoyé vers notre montage de spectroscopie de la raie à 461 nm, et servira pour l'asservissement en fréquence du laser maître, décrit dans la partie 1.3.3. On note sa fréquence  $f_{\text{BlueLock}}$ , telle que  $f_{\text{BlueLock}} = f_{\text{master}} - f_{\text{Aut3}}^{\text{RF}} + 2 \times f_{\text{SpectroDP}}^{\text{RF}}$ . L'AOM en double passage permet de changer d'isotope du strontium.
- Enfin, le quatrième faisceau est envoyé vers AOM "Image", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{Image}}^{\text{RF}} = 130$  MHz. L'ordre +1 de diffraction en double passage est couplé dans une fibre et envoyé sur la chambre à vide principale. Il sert à imager les atomes, et on note sa fréquence  $f_{\text{image}}$ . On a  $f_{\text{image}} = f_{\text{master}} + 2 \times f_{\text{Image}}^{\text{RF}}$ .

De la même façon, décrivons le chemin optique simplifié suivi par les trois lasers esclaves, à commencer par l'esclave MOT bleu.

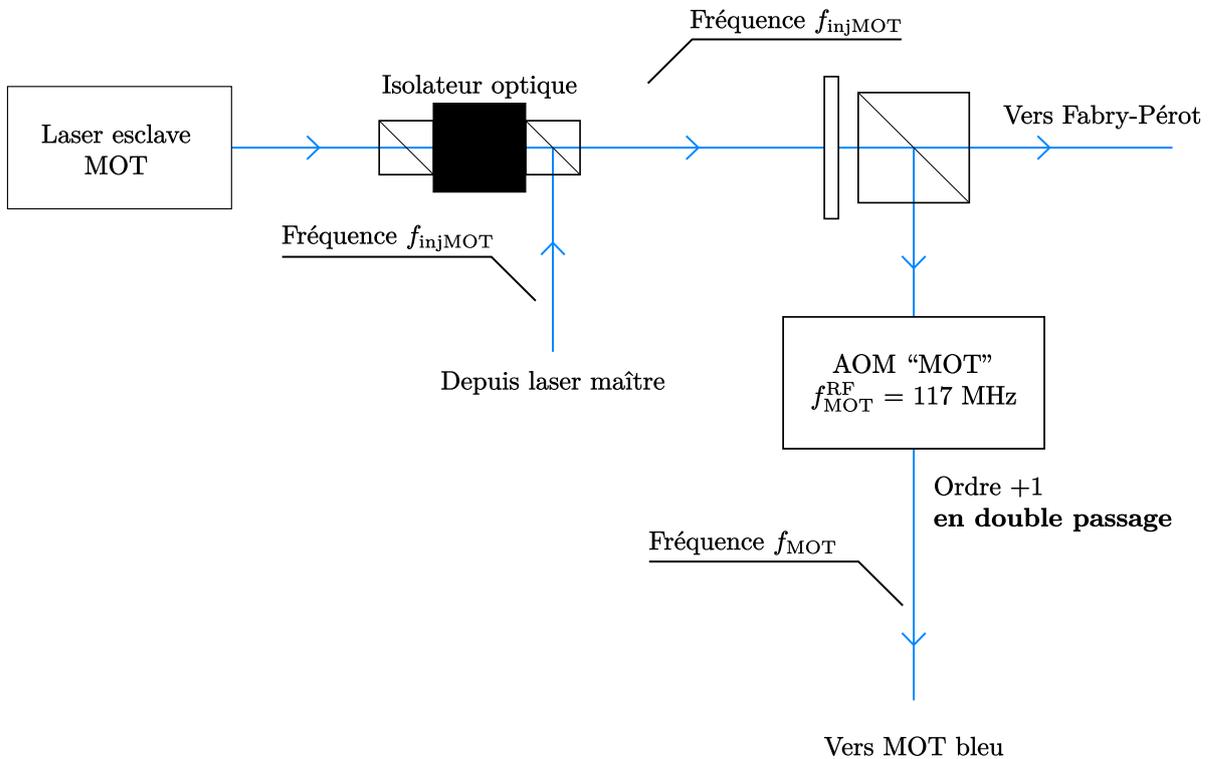


FIGURE 1.5 – Schéma simplifié du chemin optique suivi par le laser esclave MOT

Le laser esclave MOT, généré par une diode laser sans cavité étendue, est injecté par le laser maître à la fréquence  $f_{\text{injMOT}} = f_{\text{master}}$  via un isolateur optique (voir fig. 1.5). Il est séparé par un cube polariseur en deux faisceaux :

- Le premier est envoyé vers un AOM "MOT", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{MOT}}^{\text{RF}} = 117$  MHz. L'ordre +1 de diffraction en double passage est couplé dans trois fibres différentes, et envoyé sur la chambre principale. Les trois faisceaux en sortie des fibres sont les trois faisceaux du MOT bleu. On note leur fréquence  $f_{\text{MOT}}$ , qui vaut donc  $f_{\text{MOT}} = f_{\text{master}} + 2 \times f_{\text{MOT}}^{\text{RF}}$ .
- Le second est envoyé vers une cavité d'analyse Fabry-Pérot, qui permet de s'assurer que le laser esclave est bien injecté.

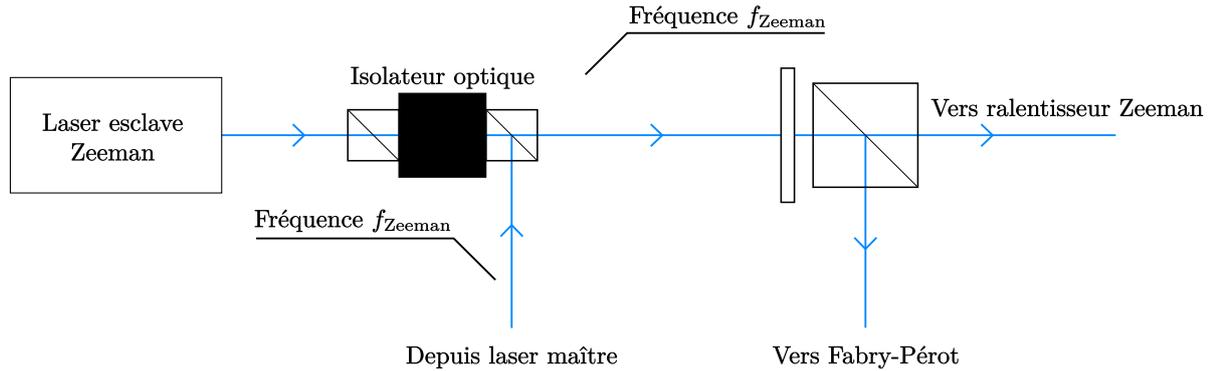


FIGURE 1.6 – Schéma simplifié du chemin optique suivi par le laser esclave Zeeman

Le laser esclave Zeeman, généré lui aussi par une diode laser sans cavité étendue, est injecté par le laser maître à la fréquence  $f_{\text{Zeeman}} = f_{\text{master}} - f_{\text{Aut2}}^{\text{RF}}$  via un isolateur optique (voir fig. 1.6). Il est séparé par un cube polariseur en deux faisceaux :

- Le premier est directement couplé dans une fibre, et envoyé sur la chambre principale à l'opposé du four. Le faisceau en sortie de la fibre est le faisceau du ralentisseur Zeeman.
- Le second est envoyé vers la même cavité d'analyse Fabry-Pérot que l'esclave MOT, ce qui permet là aussi de s'assurer que le laser esclave Zeeman est bien injecté.

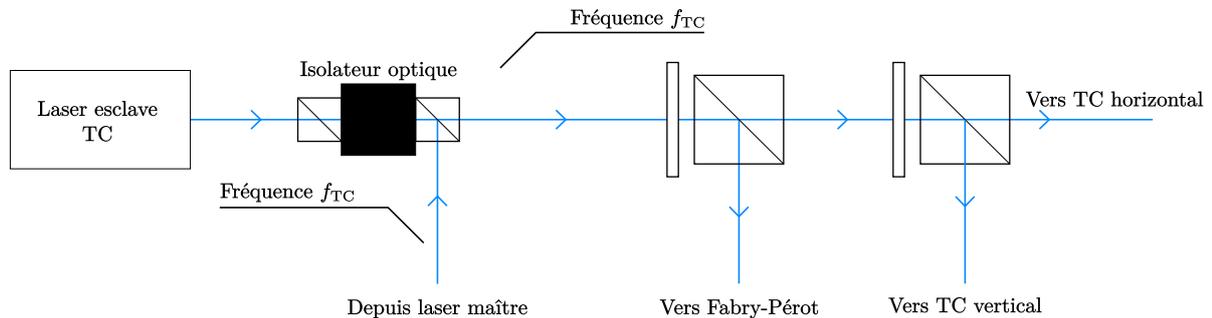


FIGURE 1.7 – Schéma simplifié du chemin optique suivi par le laser esclave TC

Le laser esclave TC, généré lui aussi par une diode laser sans cavité étendue, est injecté par le laser maître à la fréquence  $f_{\text{TC}} = f_{\text{master}} + f_{\text{Aut1}}^{\text{RF}}$  via un isolateur optique (voir fig. 1.7).

Il est séparé par un cube polariseur en deux faisceaux :

- Le premier est de nouveau séparé en deux faisceaux par un cube polariseur. Ces deux faisceaux sont ensuite couplés dans deux fibres et envoyés sur la chambre principale. Les faisceaux en sortie de fibre sont les faisceaux horizontal et vertical du refroidissement transverse, qui servent à collimater le jet d'atomes effusif en sortie du four.
- Le second est envoyé vers la même cavité d'analyse Fabry-Pérot que les deux autres esclaves, toujours pour s'assurer qu'il soit bien injecté.

Les expressions des fréquences importantes de la chaîne bleue en fonction de la fréquence du laser maître et des fréquences RF des AOMs sont résumées dans le tableau 1.1. La figure 1.8, quant à elle, rassemble les désaccords des différents lasers bleus par rapport au niveau hyperfin  $5s5p\ ^1P_1, F = 9/2$  du  $^{87}\text{Sr}$ , ainsi que les écarts en fréquence entre les sous-états hyperfins de  $5s5p\ ^1P_1$ .

TABLE 1.1 – Fréquences des principaux faisceaux à 461 nm

Nom du faisceau laser	Fréquence
Maître bleu	$f_{\text{master}}$
Lock bleu	$f_{\text{BlueLock}} = f_{\text{master}} - f_{\text{Aut3}}^{\text{RF}} + 2 \times f_{\text{SpectroDP}}^{\text{RF}}$
Imagerie	$f_{\text{image}} = f_{\text{master}} + 2 \times f_{\text{Image}}^{\text{RF}}$
MOT bleu	$f_{\text{MOT}} = f_{\text{master}} + 2 \times f_{\text{MOT}}^{\text{RF}}$
Zeeman	$f_{\text{Zeeman}} = f_{\text{master}} - f_{\text{Aut2}}^{\text{RF}}$
Refroidissement transverse	$f_{\text{TC}} = f_{\text{master}} + f_{\text{Aut1}}^{\text{RF}}$

### 1.3.3 Asservissement en fréquence du laser bleu : asservissement par transfert de modulation

**Montage optique :** Le montage optique utilisé pour l'asservissement en fréquence du laser bleu est représenté sur la figure 1.9. Ce montage sert à la fois à la spectroscopie de la raie bleue large, et à celle de la raie rouge étroite, que nous décrirons en partie 2. Ici, je décris ce qui concerne la raie large.

Une partie du laser maître Vortex à fréquence  $f_{\text{BlueLock}}$  est envoyée, via un périscope, depuis la table optique représentée en fig. 1.3 vers la table optique supérieure de la figure 1.9, sur laquelle repose une chambre à vide secondaire, équipée d'un four identique à celui de la chambre à vide principale. Le laser bleu est scindé en deux faisceaux, un faisceau pompe et un faisceau sonde. Le faisceau pompe passe par un EOM qui lui ajoute deux bandes latérales de fréquence  $f_{\text{BlueLock}} \pm 30$  MHz (et seulement deux car l'indice de modulation en phase par l'EOM est petit devant 1). Les deux faisceaux sont ensuite envoyés dans la chambre à vide, où ils interagissent avec le jet effusif d'atomes en sortie du four. Ils sont alors contrapropageants. Le faisceau sonde est ensuite envoyé sur une photodiode. Avant son entrée dans la chambre à vide, le faisceau pompe a une puissance de  $\sim 1$  mW. Le faisceau sonde a, lui aussi, une puissance de  $\sim 1$  mW avant le premier hublot.

Lorsque les faisceaux pompe et sonde sont résonants avec la même classe de vitesse  $v = 0$ , les bandes latérales de la pompe sont transmises à la sonde par un phénomène

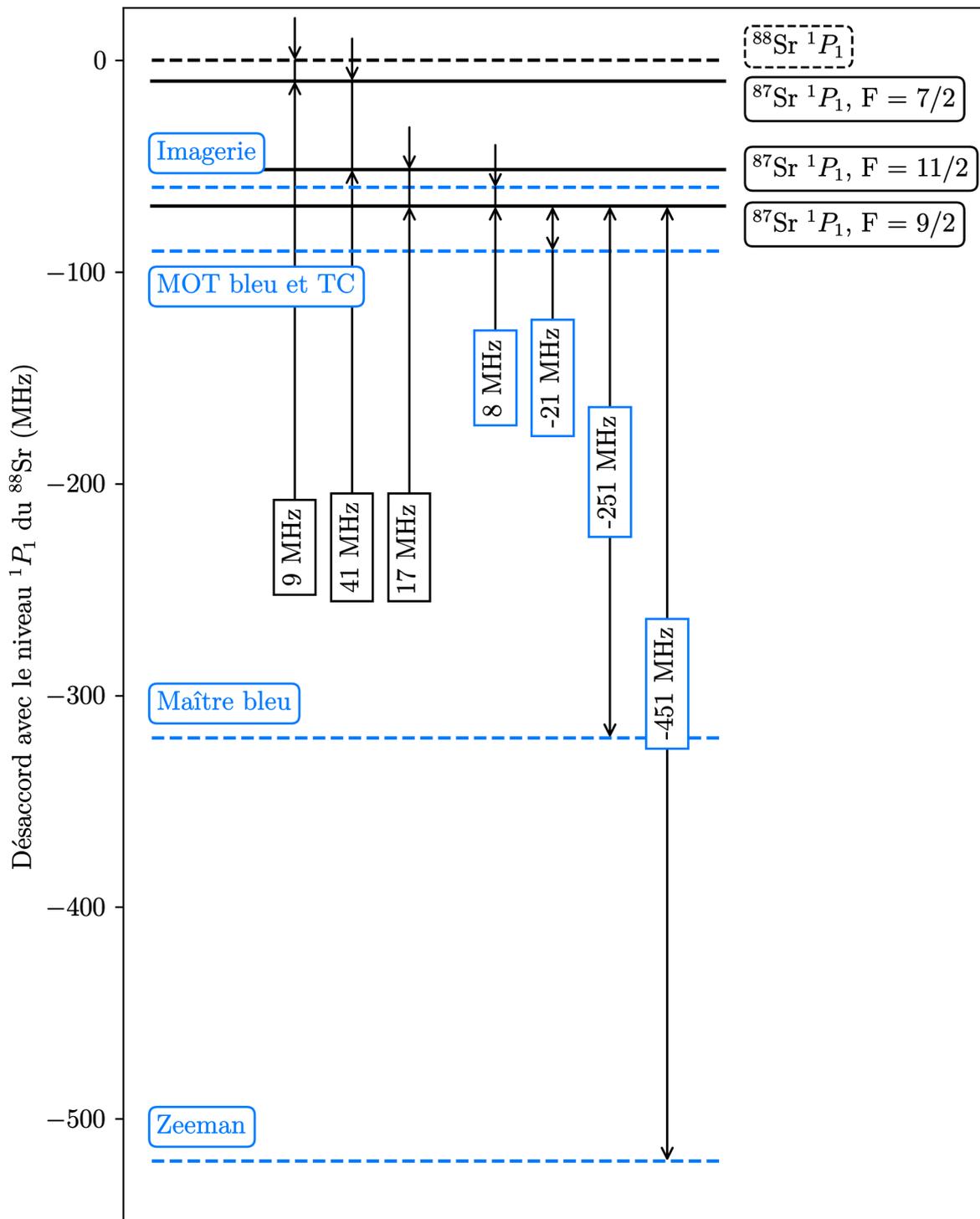


FIGURE 1.8 – En bleu, les désaccords des différents lasers bleus par rapport au niveau hyperfin  $5s5p\ ^1P_1, F = 9/2$  du  $^{87}\text{Sr}$ . En noir, les écarts d'énergie entre les niveaux hyperfins du  $5s5p\ ^1P_1$  pour l'isotope  $^{87}\text{Sr}$ . Le niveau  $5s5p\ ^1P_1$  du  $^{88}\text{Sr}$  (en pointillés noirs) est utilisé comme fréquence de référence, puisque c'est sur lui que le laser bleu est asservi en fréquence.

d'optique non-linéaire d'ordre 4, dit mélange à 4 ondes. C'est le transfert de modulation [34-37]. La photodiode mesure alors un signal de battement entre la sonde et ses bandes latérales. Comme ce phénomène ne se produit que lorsque la pompe et la sonde sont résonantes avec des atomes de vitesse nulle, le signal d'erreur obtenu en balayant la fréquence  $f_{\text{BlueLock}}$  présente des pics sub-Doppler.

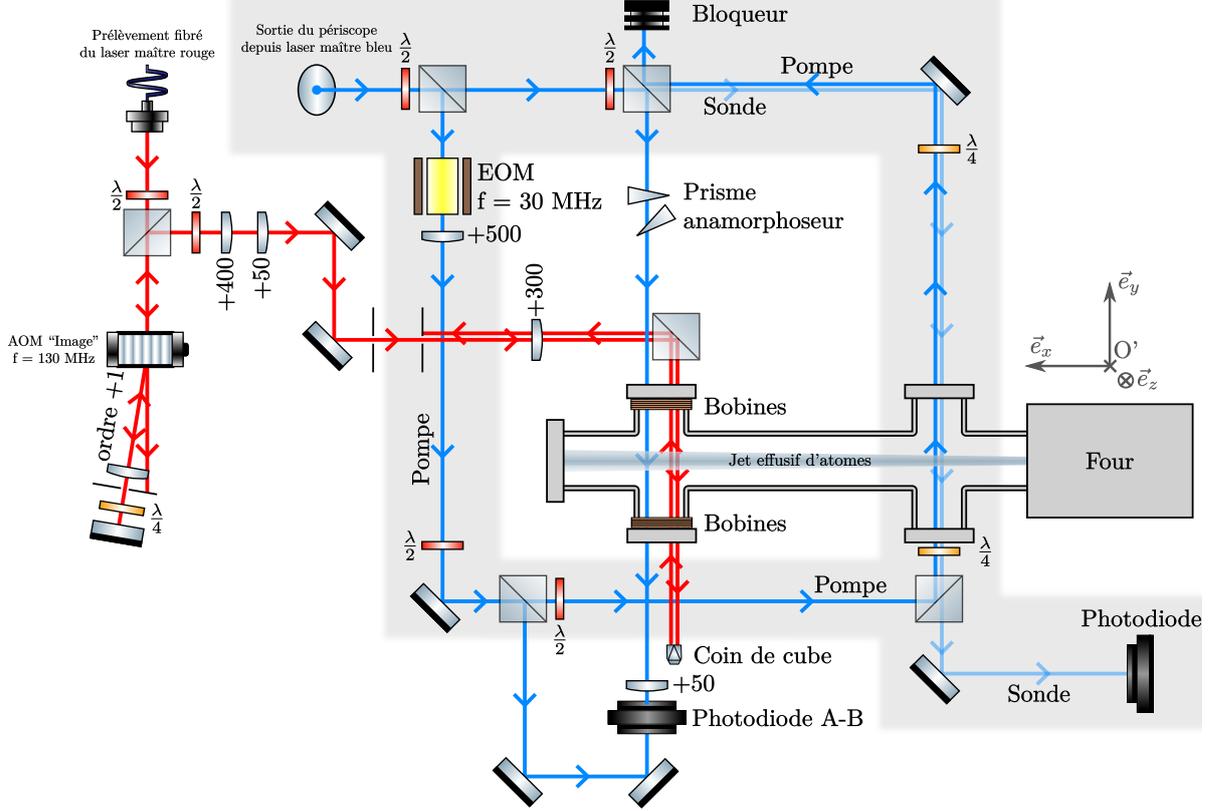


FIGURE 1.9 – Chambre à vide secondaire et montages optiques utilisés pour des mesures de spectroscopie sub-Doppler à 461 nm (sur fond gris) et à 689 nm (sur fond blanc). Le four est à 480°C environ, environ 20°C moins chaud que celui de la chambre à vide principale. Les faisceaux contrapropageants bleus passant par les hublots les plus proches du four sont utilisés pour l'asservissement en fréquence du laser bleu. Ils sont représentés comme s'ils étaient séparés pour plus de lisibilité, mais ils sont bien superposés en réalité. Les faisceaux rouges et bleus passant par les hublots les plus éloignés du four sont utilisés pour la spectroscopie de la raie étroite à 689 nm (voir partie 2).

**Expression du signal de battement entre les faisceaux de la sonde :** Dans le cas où l'indice de modulation en phase par l'EOM  $\phi_m$  est faible ( $\phi_m \ll 1$ ), le signal de battement entre la pompe et ses bandes latérales s'exprime, d'après [37], de la façon suivante :

$$S(t) = \frac{C}{\sqrt{\Gamma^2 + \omega_m^2}} J_0(\phi_m) J_1(\phi_m) \times \left[ (L_{-1} - L_{-1/2} + L_{1/2} - L_1) \cos(\omega_m t + \phi) \right. \\ \left. + (D_{-1} - D_{-1/2} - D_{1/2} + D_1) \sin(\omega_m t + \phi) \right] \quad (1.1)$$

où :

$$L_n = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (\delta - n\omega_m)^2} \quad \text{et} \quad D_n = \frac{\Gamma(\delta - n\omega_m)}{\Gamma^2 + (\delta - n\omega_m)^2} \quad (1.2)$$

et avec :

- $\delta$  le désaccord de la sonde et de la fréquence centrale de la pompe par rapport à la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  du  $^{88}\text{Sr}$ .
- $C$  une constante qui englobe toutes les propriétés du milieu, ici notre jet effusif d'atomes.
- $\Gamma$  la largeur naturelle de la transition, en l'occurrence  $\Gamma_{461} = 30$  MHz (transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  du  $^{88}\text{Sr}$ ).
- $\omega_m$  la fréquence de modulation, ici 30 MHz. Pour le transfert de modulation, on souhaite que  $\omega_m \sim \Gamma$ .
- $J_0$  et  $J_1$  les fonctions de Bessel à l'ordre 0 et 1, respectivement.
- $\phi_m$  l'indice de modulation, qui est très inférieur à 1. Cela permet de n'avoir que deux bandes latérales sur la pompe.
- $\phi$  le déphasage entre le signal de battement et l'oscillateur local utilisé pour la démodulation synchrone.

On note :

$$c_{\text{phase}}(\delta) = \frac{C}{\sqrt{\Gamma^2 + \omega_m^2}} J_0(\phi_m) J_1(\phi_m) \times [L_{-1}(\delta) - L_{-1/2}(\delta) + L_{1/2}(\delta) - L_1(\delta)] \quad (1.3)$$

et

$$c_{\text{quad}}(\delta) = \frac{C}{\sqrt{\Gamma^2 + \omega_m^2}} J_0(\phi_m) J_1(\phi_m) \times [D_{-1}(\delta) - D_{-1/2}(\delta) - D_{1/2}(\delta) + D_1(\delta)] \quad (1.4)$$

Le signal  $S(t)$  est démodulé par démodulation synchrone.

Avec notre dispositif expérimental, comme le jet effusif est constitué d'atomes de strontium en abondance naturelle, on observe un signal de transfert de modulation pour chacun des isotopes. Compte tenu des différents décalages isotopiques, il est légitime de ne considérer que le  $^{88}\text{Sr}$  et le  $^{87}\text{Sr}$  pour le tracé des courbes théoriques de transfert de modulation, en proportion de leurs abondances naturelles respectives (82.58% pour le 88, 7% pour le 87).

Pour la discussion ci-dessous, j'utilise donc l'expression suivante pour le signal d'erreur :

$$s(\delta) = 0.8258 [c_{\text{phase}}(\delta) \cos(\phi) + c_{\text{quad}}(\delta) \sin(\phi)] + 0.07 [c_{\text{phase}}(\delta - \delta_{\text{iso}}) \cos(\phi) + c_{\text{quad}}(\delta - \delta_{\text{iso}}) \sin(\phi)] \quad (1.5)$$

avec  $\delta_{\text{iso}} = -46.5$  MHz le décalage isotopique du  $^{87}\text{Sr}$  par rapport au  $^{88}\text{Sr}$ . On ne prend pas en compte la structure hyperfine du niveau  $^1P_1$  du  $^{87}\text{Sr}$ .

La figure 1.10 représente l'allure de ce signal d'erreur  $s$  en fonction du désaccord  $\delta$ , pour différentes valeurs de  $\phi$  et  $\omega_m$ , à indice de modulation  $\phi_m$  constant.

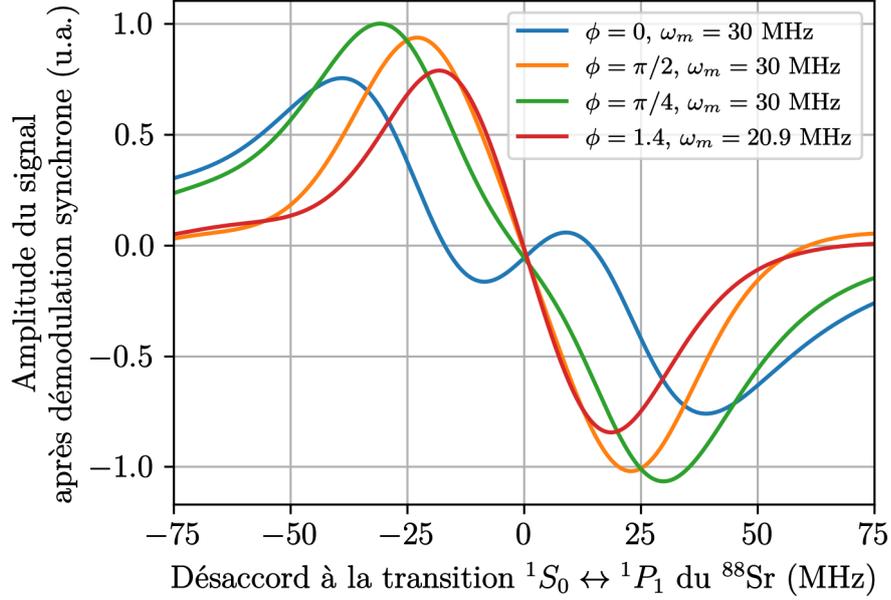


FIGURE 1.10 – Signaux d’erreur (unité arbitraire) en fonction du désaccord du laser sonde à la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  du  $^{88}\text{Sr}$ ,  $\delta$ , en MHz, en considérant une contribution des isotopes 88 et 87 au signal en proportion de leur abondance naturelle (82,58% pour le 88, 7% pour le 87). Tous sont tracés pour un indice de modulation constant  $\phi_m = 0.01$ . En bleu et orange, resp., les signaux d’erreur en phase et en quadrature pour une fréquence de modulation  $\omega_m = 30$  MHz. En vert, le signal d’erreur obtenu pour un déphasage  $\phi = \pi/4$  entre l’oscillateur local de la démodulation synchrone et le signal de battement. Enfin, en rouge, le signal d’erreur de pente maximale (les paramètres  $\phi$  et  $\omega_m$  utilisés sont obtenus en cherchant le maximum, en valeur absolue, de la fonction à deux variables représentées en fig. 1.11).

Notre laser maître est asservi à la fréquence qui annule le signal d’erreur. On note cette racine  $\delta_0(\phi, \omega_m)$  : c’est donc le désaccord entre la fréquence du laser asservi,  $f_{\text{BlueLock}}$ , et la fréquence optique de la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  du  $^{88}\text{Sr}$ , notée  $\omega_0^{88}$ . On a ainsi  $f_{\text{BlueLock}} = \omega_0^{88} + \delta_0$ .

On trace sur la figure 1.11, la valeur de la pente du signal d’erreur en  $\delta_0(\phi, \omega_m)$ , pour  $\phi$  variant de 0 à  $2\pi$ , et  $\omega_m$  variant de 15 ( $0.5 \times \Gamma_{461}$ ) à 60 MHz ( $2 \times \Gamma_{461}$ ). On constate qu’on obtient les pentes les plus fortes pour des fréquences de modulation  $\omega_m$  comprises entre 15 et 30 MHz, et des déphasages  $\phi$  compris entre 0.5 et 2 radians (pentes négatives) ou entre 3.5 et 5 radians (pentes positives). Le signal d’erreur avec la plus forte pente (obtenu pour  $\phi = 1.4$  rad et  $\omega_m = 20.9$  MHz) est représenté en figure 1.10. Sa pente est très proche de celle obtenue pour  $\omega_m = 30$  MHz, avec une amplitude du signal autour du 0 un peu plus faible qu’avec  $\phi = \pi/2$  et  $\omega_m = 30$  MHz.

La figure 1.12 représente la valeur de  $\delta_0$  pour  $\phi$  variant de 0 à  $2\pi$ , et  $\omega_m$  variant de 15 à 60 MHz. On constate qu’il y a des variations de  $\delta_0$  de  $\pm 15$  MHz autour de 0, mais que dans les zones de plus forte pente, qui sont celles que l’on utilise en pratique, ces variations restent très proches de 0. Il est donc légitime de considérer que notre laser est asservi en fréquence précisément à la résonance  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  du  $^{88}\text{Sr}$  ( $f_{\text{BlueLock}} = \omega_0^{88}$ ), tel que nous l’avons écrit plus haut.

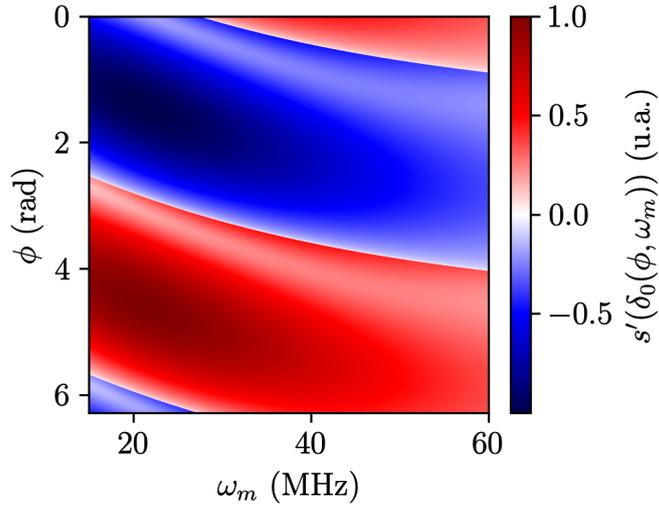


FIGURE 1.11 – Pente du signal d’erreur en  $\delta_0$ , en fonction de  $\omega_m$  et de  $\phi$  (déphasage entre le signal de battement sur la photodiode et l’oscillateur local de la détection synchrone). Si le signal d’erreur a plusieurs racines,  $\delta_0$  correspond à celle la plus proche de 0.

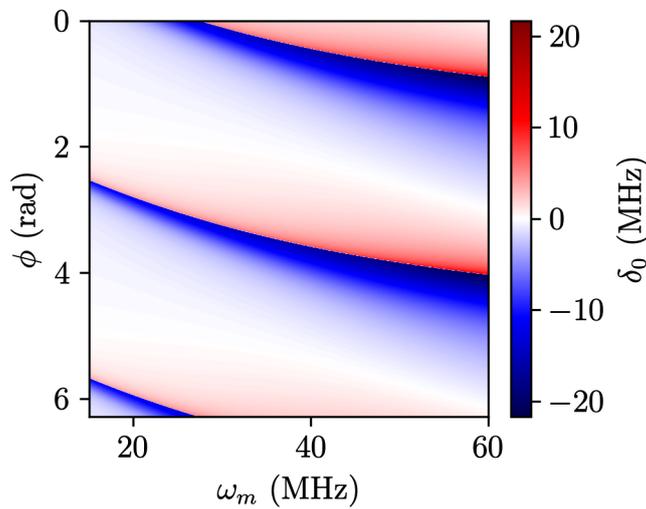


FIGURE 1.12 – Désaccord  $\delta_0$  entre la fréquence à laquelle le laser maître bleu est asservi,  $f_{\text{BlueLock}}$  et la fréquence de la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  du  $^{88}\text{Sr}$  ( $\delta_0 = f_{\text{BlueLock}} - \omega_0^{88}$ ), en fonction du déphasage  $\phi$  et de la fréquence de modulation  $\omega_m$ . Si le signal d’erreur a plusieurs racines,  $\delta_0$  est celle la plus proche de 0.

Il faut aussi ajouter aux figures 1.11 et 1.12 une représentation de la dissymétrie du signal d'erreur autour du zéro, pour s'assurer que l'asservissement réagisse normalement à des fluctuations faibles de la fréquence du laser.

La figure 1.13 représente donc la dissymétrie entre le maximum local et le minimum local de la courbe du signal d'erreur autour du 0 ( $\frac{|\text{Max}| - |\text{Min}|}{|\text{Max}| + |\text{Min}|}$ ), toujours en fonction du déphasage  $\phi$  et de la fréquence de modulation  $\omega_m$ . Il s'avère que les zones où la dissymétrie est forte sont aussi celles que l'on souhaite éviter d'après les figures 1.11 et 1.12, i.e. des zones où la pente du signal d'erreur est faible et la racine éloignée de plusieurs MHz de la résonance.

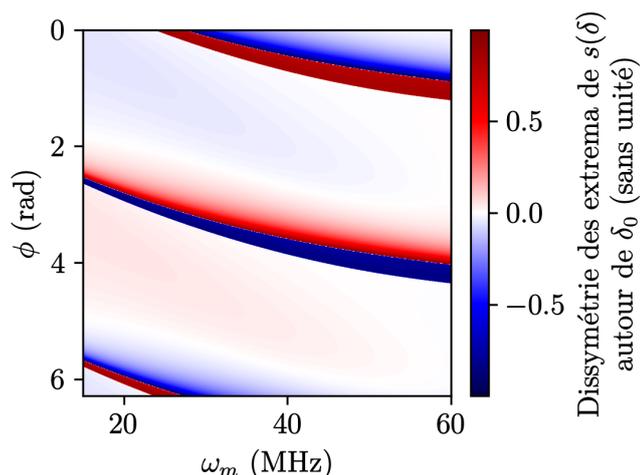


FIGURE 1.13 – Dissymétrie entre le maximum local et le minimum local du signal d'erreur de part et d'autre de la racine, en fonction du déphasage  $\phi$  et de la fréquence de modulation  $\omega_m$ . La dissymétrie est calculée comme  $\frac{|\text{Max}| - |\text{Min}|}{|\text{Max}| + |\text{Min}|}$ , et est donc comprise entre  $-1$  et  $1$ .

## 1.4 La chaîne optique rouge

### 1.4.1 Montage optique

Le montage optique permettant de préparer la majeure partie des faisceaux à 689 nm (exception faite du réseau optique à 689 nm, comme on le verra en partie 1.14) est reproduit en figure 1.14. Comme pour la chaîne bleue, il est dessiné de façon à rester fidèle au montage réel. Ce montage permet de préparer cinq faisceaux de fréquences différentes : les faisceaux du MOT rouge pour le  $^{87}\text{Sr}$ , le  $^{88}\text{Sr}$  et le  $^{84}\text{Sr}$ , le faisceau "Stir" pour le MOT de  $^{87}\text{Sr}$ , et enfin le faisceau de pompage optique (voir partie 3.4). On envoie aussi un faisceau sur la chambre à vide secondaire grâce à un périscope, afin de faire de la spectroscopie shelving (voir partie 2) et un faisceau sur une table optique supérieure (représentée en fig. 1.23), permettant l'asservissement par battement du laser Moglabs (voir 1.14).

Le principe général est identique à celui de la chaîne bleue : un laser maître (diode laser en cavité étendue, fabriquée par Radiant Dyes) est asservi en fréquence sur une

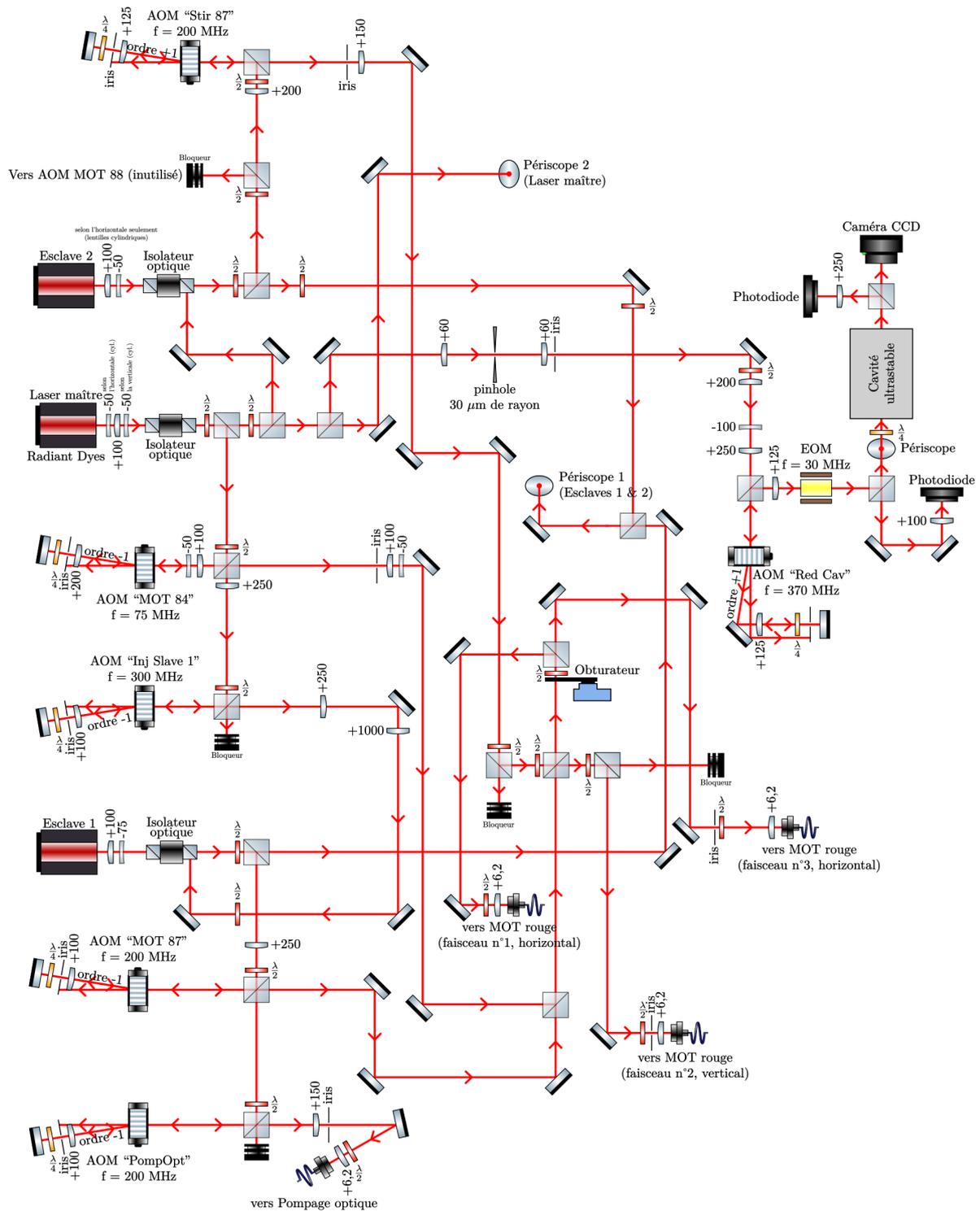


FIGURE 1.14 – Préparation des différents lasers rouges

cavité ultrastable (et non pas une transition atomique comme pour la chaîne bleue), puis injecte deux lasers esclaves qui héritent de sa stabilité en fréquence.

Le premier laser esclave injecté par le laser maître correspond aux faisceaux du MOT rouge 87 et du pompage optique.

Le second laser esclave correspond aux faisceaux du Stir pour le MOT rouge 87, ainsi qu'aux faisceaux du MOT rouge 88.

Les deux lasers esclaves sont aussi envoyés sur une cavité d'analyse Fabry-Pérot qui permet de vérifier la qualité des injections.

Pour détailler les relations entre les fréquences des différents faisceaux, j'ai là encore choisi de m'appuyer sur des schémas simplifiés des différentes chaînes laser à 689 nm (voir partie 1.4.2). On va voir que, contrairement à la chaîne bleue, on ne change pas d'isotope en décalant tous les faisceaux en bloc par rapport à la transition sur laquelle on est asservi. Ici, il y a un AOM dédié à chaque isotope.

## 1.4.2 Décalage en fréquence des différents faisceaux rouges

Dans cette partie, on cherche à donner une expression des différentes fréquences des lasers à 689 nm envoyés sur la chambre à vide principale, en s'appuyant sur des schémas simplifiés des chaînes lasers représentées en figure 1.14. Le tableau 1.2 résume les conclusions de cette partie. Les fréquences mentionnées dans toute cette partie ne sont que des ordres de grandeurs, avec une imprécision de l'ordre de quelques MHz. En effet, les faisceaux rouges sont balayés sur plusieurs MHz tout au long de la séquence. Pour une analyse détaillée des fréquences des différents lasers au cours de l'expérience, le lecteur se référera à la partie 1.10.

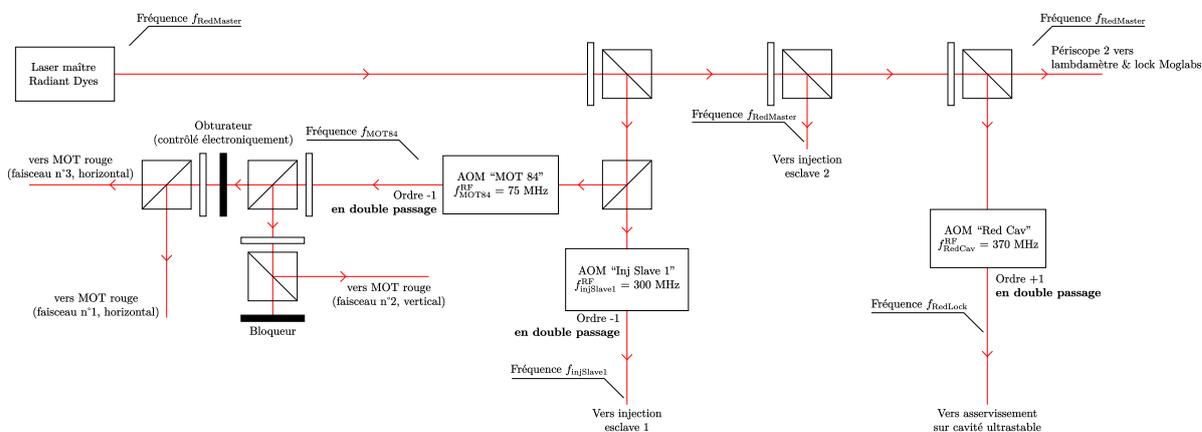


FIGURE 1.15 – Schéma simplifié du chemin optique suivi par le laser maître rouge

La figure 1.15 représente, de façon simplifiée, le chemin optique suivi par le laser maître rouge. Le laser maître en sortie de la Radiant Dyes a une fréquence que l'on nomme  $f_{\text{RedMaster}}$ . Il est séparé par des cubes polariseurs en cinq faisceaux, chacun envoyé sur des AOMs différents :

- Le premier est envoyé vers un AOM "MOT 84", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{MOT84}}^{\text{RF}} = 75$  MHz. L'ordre -1 en double passage en sortie de l'AOM est couplé dans trois fibres différentes, dont les sorties sont les trois faisceaux du MOT rouge pour l'isotope  $^{84}\text{Sr}$ . On note leur fréquence  $f_{\text{MOT84}}$ , qui vaut donc

$f_{\text{MOT84}} = f_{\text{RedMaster}} - 2 \times f_{\text{MOT84}}^{\text{RF}}$ . Un obturateur contrôlé par un servomoteur permet de bloquer l'entrée de la lumière dans les fibres correspondant aux faisceaux MOT horizontaux, nous permettant ainsi d'allumer uniquement le faisceau vertical du MOT sur la chambre à vide. C'est de ce faisceau qu'on se sert pour le transfert d'impulsion spin-dépendant (voir partie 3).

Les trois fibres dans lesquelles sont couplées les faisceaux MOT 84 ne sont pas utilisées uniquement pour ce faisceau. On y injecte aussi les faisceaux MOT 87, MOT 88 et Stir 87, comme on va le voir dans la suite.

- Le second faisceau est envoyé vers un AOM "Inj Slave 1", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{injSlave1}}^{\text{RF}} = 300$  MHz. L'ordre -1 de diffraction en double passage sert à injecter l'esclave 1. On note sa fréquence  $f_{\text{injSlave1}}$ , qui vaut donc  $f_{\text{injSlave1}} = f_{\text{RedMaster}} - 2 \times f_{\text{injSlave1}}^{\text{RF}}$ .
- Le troisième faisceau, à la fréquence  $f_{\text{RedMaster}}$  injecte directement l'esclave 2.
- Le quatrième faisceau est envoyé vers un AOM "Red Cav", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{RedCav}}^{\text{RF}} = 370$  MHz. L'ordre +1 de diffraction en double passage est envoyé vers une cavité ultrastable, qui sert de référence pour l'asservissement en fréquence du laser maître par Pound-Drever-Hall (voir partie 1.4.3). On note sa fréquence  $f_{\text{RedLock}} = f_{\text{RedMaster}} + 2 \times f_{\text{RedCav}}^{\text{RF}}$ . Ajuster la fréquence RF  $f_{\text{RedCav}}^{\text{RF}}$  de l'AOM "Red Cav" permet de compenser toute dérive en fréquence de la cavité ultrastable sans avoir à modifier la fréquence des autres AOMs de la chaîne rouge.
- Le cinquième faisceau, à la fréquence  $f_{\text{RedMaster}}$ , est envoyé par un périscope sur une table optique supérieure (voir fig. 1.23), où il sert à asservir en fréquence le laser Moglabs par battement. Il est aussi envoyé sur un lambdamètre High Finesse. La connaissance à 200 MHz près de la fréquence du laser maître facilite le verrouillage de l'asservissement PDH lors de l'allumage quotidien de l'expérience.

De la même façon, décrivons le chemin optique simplifié par les deux lasers esclaves, à commencer par l'esclave 1.

Le laser esclave 1, généré par une diode laser sans cavité étendue, est injecté par le laser maître rouge à la fréquence  $f_{\text{injSlave1}} = f_{\text{RedMaster}} - 2 \times f_{\text{injSlave1}}^{\text{RF}}$  via un isolateur optique (voir fig. 1.16). Il est séparé par des cubes polariseurs en trois faisceaux :

- Le premier est envoyé vers un AOM "MOT 87", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{MOT87}}^{\text{RF}} = 220$  MHz. L'ordre -1 en double passage en sortie de l'AOM est couplé dans les trois fibres MOT rouge, et sert donc pour les trois faisceaux du MOT rouge de l'isotope  $^{87}\text{Sr}$ . Ce sont les mêmes fibres que celles qui transmettent les faisceaux pour le MOT rouge du  $^{84}\text{Sr}$ , comme on l'avait évoqué plus haut. On note la fréquence des faisceaux en sortie de ces trois fibres  $f_{\text{MOT87}}$ , qui vaut donc  $f_{\text{MOT87}} = f_{\text{RedMaster}} - 2 \times f_{\text{injSlave1}}^{\text{RF}} - 2 \times f_{\text{MOT87}}^{\text{RF}}$ .
- Le deuxième est envoyé vers un AOM "PompOpt", alimenté par une fréquence RF  $f_{\text{PompOpt}}^{\text{RF}} = 220$  MHz. L'ordre -1 en double passage en sortie de l'AOM est couplé à une fibre et envoyé sur la chambre à vide, où il est presque superposé au faisceau d'imagerie. On note sa fréquence  $f_{\text{PompOpt}} = f_{\text{RedMaster}} - 2 \times f_{\text{injSlave1}}^{\text{RF}} - 2 \times f_{\text{PompOpt}}^{\text{RF}}$ . C'est ce faisceau qui sert à modifier la distribution des populations des sous-états Zeeman du niveau fondamental (voir 3.4).
- Le troisième faisceau est envoyé, via un périscope, sur la table optique supérieure décrite en fig. 1.23, où une cavité d'analyse Fabry-Pérot permet de s'assurer de la qualité de l'injection.

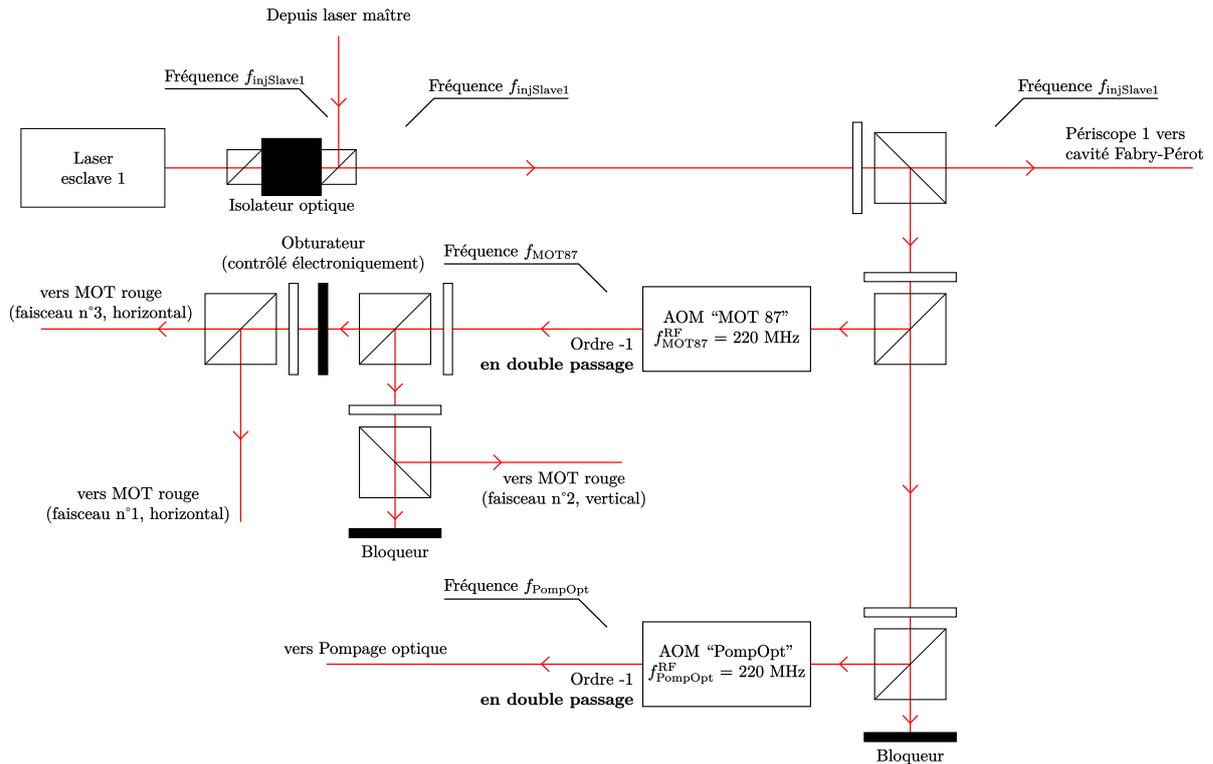


FIGURE 1.16 – Schéma simplifié du chemin optique suivi par le laser esclave 1

Le laser esclave 2, généré lui aussi par une diode laser sans cavité étendue, est injecté par le laser maître rouge à la fréquence  $f_{RedMaster}$  via un isolateur optique (voir fig. 1.17).

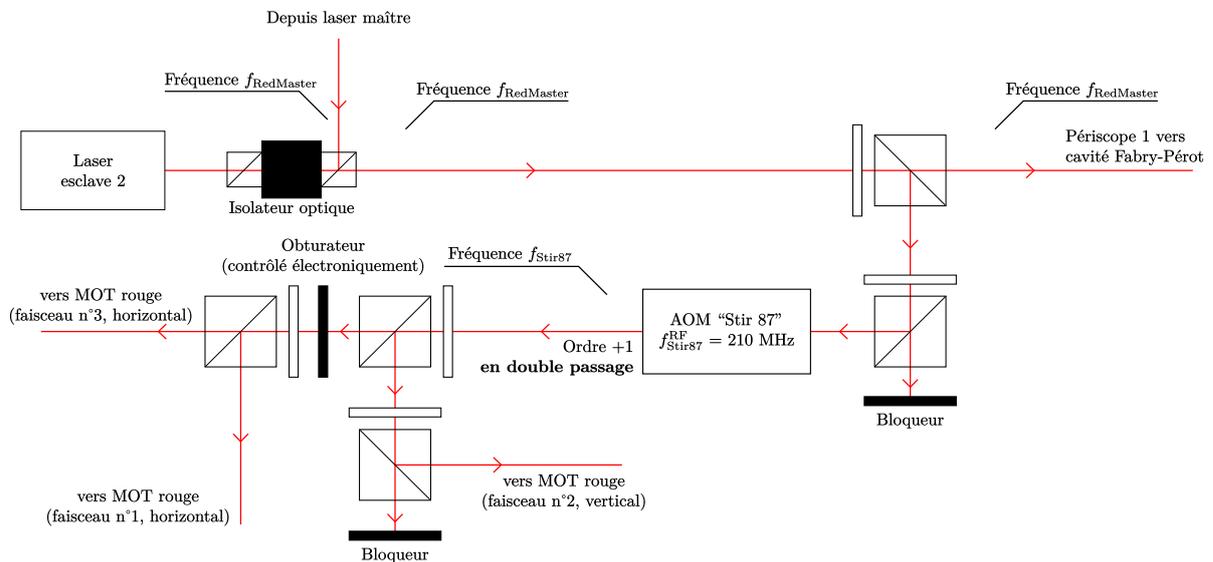


FIGURE 1.17 – Schéma simplifié du chemin optique suivi par le laser esclave 2

Il est séparé par des cubes polariseurs en deux faisceaux :

- Le premier est envoyé vers un AOM "Stir 87", alimenté par une fréquence RF  $f_{Stir87}^{RF} = 210$  MHz. L'ordre +1 en double passage en sortie de l'AOM est couplé

dans les trois fibres MOT rouge, et sert donc pour les trois faisceaux Stir du MOT rouge de l'isotope  $^{87}\text{Sr}$ . Il est donc superposés aux faisceaux MOT rouge 87, 84 et 88. Il sert à remélanger les sous-états Zeeman du fondamental (d'où le nom de "Stir", "touiller" en français) de façon à assurer le refroidissement continu des atomes dans le MOT rouge 87, comme on le verra plus en détail dans la partie 1.10. On note sa fréquence  $f_{\text{Stir87}} = f_{\text{RedMaster}} + 2 \times f_{\text{Stir87}}^{\text{RF}}$ .

- Le second est envoyé, via un périscope, sur la table optique supérieure décrite en fig. 1.23, où une cavité d'analyse Fabry-Pérot permet de s'assurer de la qualité de l'injection.

Les expressions des fréquences importantes de la chaîne rouge en fonction de la fréquence du laser maître Radiant Dyes et des fréquences RF des AOMs sont résumées dans le tableau ci-dessous :

TABLE 1.2 – Fréquences des principaux faisceaux à 689 nm

Nom du faisceau laser	Fréquence
Maître rouge	$f_{\text{RedMaster}}$
Lock rouge	$f_{\text{RedLock}} = f_{\text{RedMaster}} + 2 \times f_{\text{RedCav}}^{\text{RF}}$
MOT rouge du $^{84}\text{Sr}$	$f_{\text{MOT84}} = f_{\text{RedMaster}} - 2 \times f_{\text{MOT84}}^{\text{RF}}$
MOT rouge du $^{87}\text{Sr}$	$f_{\text{MOT87}} = f_{\text{RedMaster}} - 2 \times f_{\text{injSlave1}}^{\text{RF}} - 2 \times f_{\text{MOT87}}^{\text{RF}}$
Stir du $^{87}\text{Sr}$	$f_{\text{Stir87}} = f_{\text{RedMaster}} + 2 \times f_{\text{Stir87}}^{\text{RF}}$
Pompage optique	$f_{\text{PompOpt}} = f_{\text{RedMaster}} - 2 \times f_{\text{injSlave1}}^{\text{RF}} - 2 \times f_{\text{PompOpt}}^{\text{RF}}$

La figure 1.18 rassemble les désaccords des différents lasers rouges par rapport aux différents niveaux hyperfins du niveau  $5s5p\ ^3P_1$  du  $^{87}\text{Sr}$ , ainsi que les écarts en fréquence entre ces sous-niveaux. On se contente de représenter les lasers utilisés pour interagir avec l'isotope 87.

### 1.4.3 Asservissement en fréquence du laser rouge : asservissement Pound-Drever-Hall

Dans cette partie, nous verrons comment le laser maître Radiant Dyes est asservi en fréquence sur une des raies d'une cavité Fabry-Pérot ultrastable (Stable Laser Systems) par une méthode Pound-Drever-Hall (notée PDH dans la suite).

Je détaillerai d'abord les paramètres importants de notre cavité ultrastable. Ensuite, je décrirai le montage optique utilisé pour la génération du signal d'erreur PDH à l'aide du schéma simplifié représenté en figure 1.19 (le montage détaillé étant, lui, représenté sur la figure 1.14), avant de donner une expression explicite de ce signal d'erreur.

**La cavité ultrastable :** La cavité Stable Laser Systems que nous utilisons est une cavité plano-concave avec une finesse  $F = 20000$  à 689 nm et un intervalle spectral libre  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = \frac{c}{2L} = 1.5$  GHz (où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide, et  $L = 10$  cm est la longueur de la cavité). Les pics de résonance de la cavité ont donc une largeur en fréquence (FWHM) de  $\frac{\Delta\nu_{\text{ISL}}}{F} = 75$  kHz.

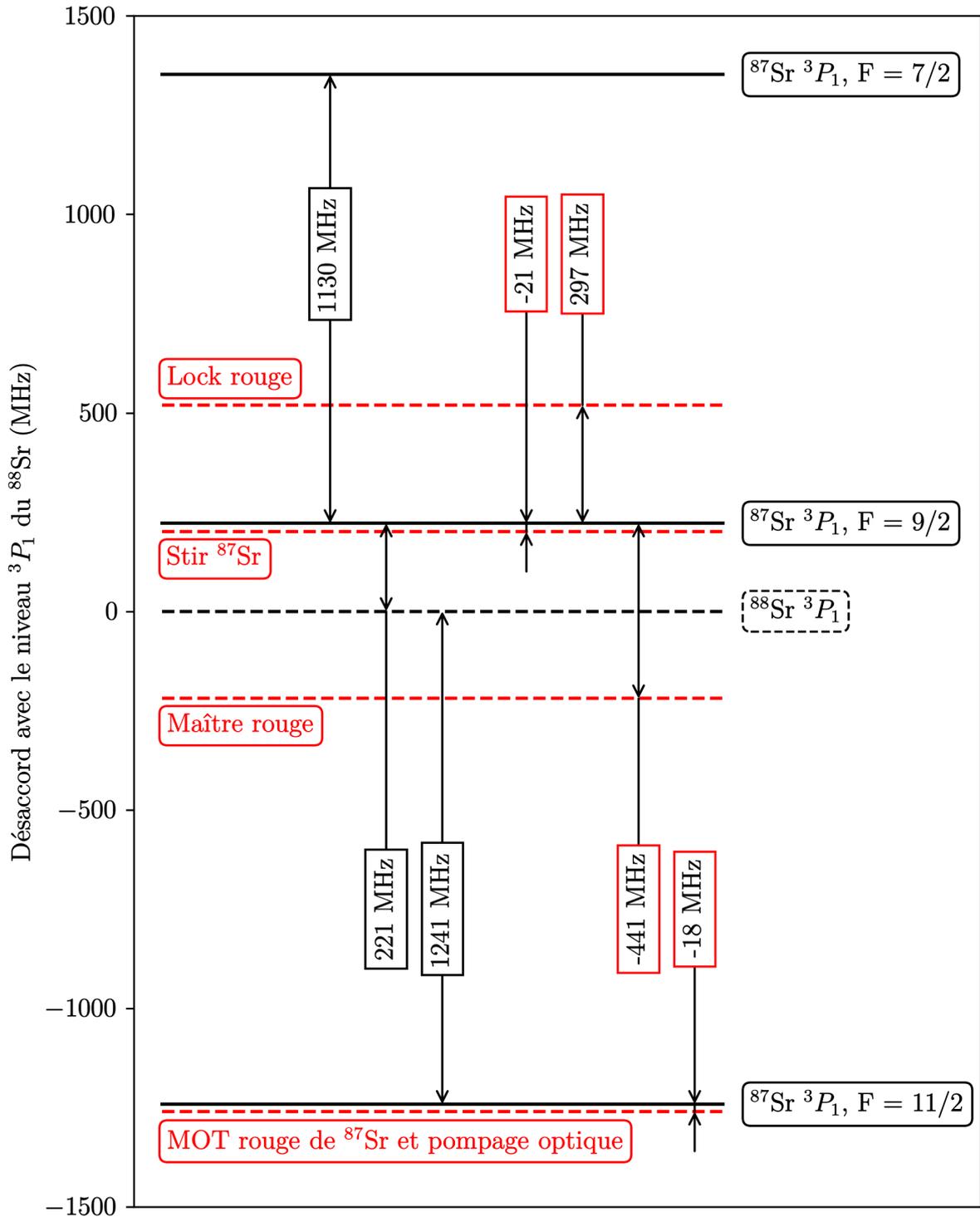


FIGURE 1.18 – En rouge, les désaccords des différents lasers rouges utilisés pour le MOT 87 par rapport aux différents niveaux hyperfins du niveau  $5s5p \ ^3P_1$  du  $^{87}\text{Sr}$ . En noir, les différents niveaux hyperfins du  $5s5p \ ^3P_1$  pour l'isotope  $^{87}\text{Sr}$ . Le niveau  $5s5p \ ^3P_1$  du  $^{88}\text{Sr}$  (en pointillés noirs) est utilisé comme référence des fréquences. On rappelle que les désaccords des lasers sont représentés ici avec une imprécision de quelques MHz, leur valeur variant de plusieurs MHz au cours de la séquence (voir partie 1.10).

On peut aussi exprimer la valeur absolue du coefficient de réflexion typique  $r$  des miroirs utilisés en fonction de la finesse, si on suppose que les deux miroirs de la cavité Fabry-Pérot ont le même coefficient de réflexion :

$$F = \frac{\pi|r|}{1 - |r|^2} \quad (1.6)$$

$$\Rightarrow |r| = 99.99\% \quad (1.7)$$

Voyons maintenant dans quel montage optique nous avons intégré cette cavité pour pouvoir générer un signal d'erreur PDH.

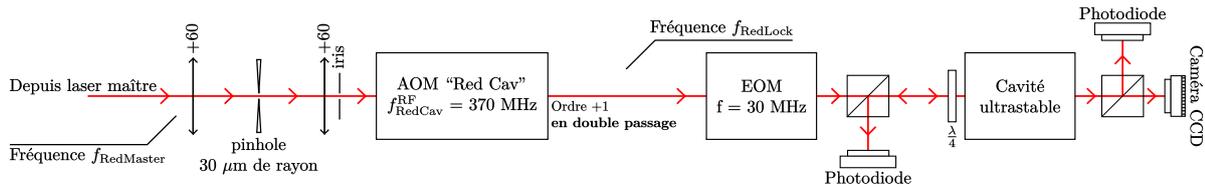


FIGURE 1.19 – Schéma simplifié du montage pour l'asservissement Pound-Drever-Hall du laser maître rouge sur une cavité ultrastable.

**Montage optique :** Le laser maître est d'abord filtré spatialement par l'association d'un pinhole de  $30 \mu\text{m}$  de rayon et d'un iris. Le pinhole est placé au centre d'un télescope de grandissement 1 constitué de deux lentilles convergentes de focale  $f = +60 \text{ mm}$ . Au niveau du pinhole, le faisceau laser focalisé par la première lentille convergente a un waist (rayon) de l'ordre de  $60 \mu\text{m}$ , et est donc diffracté par le pinhole. Cette figure de diffraction est ensuite filtrée par un iris placé en sortie du télescope, qui coupe les anneaux de la tâche d'Airy afin de ne conserver que sa partie centrale. Le faisceau ainsi obtenu est une bonne approximation d'un faisceau gaussien (et on le désignera comme tel dans la suite) et peut donc être couplé efficacement à la cavité ultrastable. Outre le filtrage spectral, le rayon du pinhole a été choisi de sorte que le waist du faisceau corresponde au waist du mode propre de la cavité.

Après ce filtrage spatial, le laser est envoyé vers un AOM "Red Cav" monté en double passage, comme on l'a déjà vu dans la partie 1.4.2. On rappelle que cet AOM sert à compenser les dérives de la cavité ultrastable.

L'ordre +1 en double passage en sortie de cet AOM est envoyé vers un EOM, alimenté par une fréquence RF  $\omega_m = 30 \text{ MHz}$ . Comme pour l'asservissement par transfert de modulation, on module faiblement le faisceau en phase (indice de modulation  $\phi_m \ll 1$ ), de sorte qu'on considérera que le faisceau en sortie de l'EOM a seulement deux bandes latérales, à  $\pm 30 \text{ MHz}$  autour de sa fréquence centrale. On remarquera que  $\frac{\Delta\nu_{\text{ISL}}}{F} \ll \omega_m \ll \Delta\nu_{\text{ISL}}$ .

Le faisceau est ensuite envoyé sur la cavité ultrastable. Une photodiode permet de mesurer le signal en réflexion de la cavité. C'est le signal en sortie de cette photodiode qui, une fois démodulé par démodulation synchrone, constituera notre signal d'erreur.

Une caméra à la sortie de la cavité permet d'observer le profil transverse du faisceau transmis. Lorsque le laser est à résonance avec la cavité, le faisceau transmis correspond à un mode transverse TEM(0,0). En revanche, dès que le laser est hors-résonance, la cavité

filtre spatialement le faisceau et le projette sur différents modes transverses TEM( $p, q$ ) ( $(p, q) \neq (0, 0)$ ) selon la fréquence du laser. On observe alors sur la caméra en sortie de la cavité ces différents TEM( $p, q$ ), qui constituent donc un indicateur visuel très pratique pour trouver les résonances de la cavité : plus  $p+q$  est faible, plus on se rapproche d'une résonance.

Une photodiode placée elle aussi en sortie de la cavité permet d'observer les résonances en transmission. Si ce signal n'est pas utilisé pour l'asservissement en fréquence du laser, il permet cependant de repérer l'endroit où accrocher l'asservissement plus précisément que la caméra. Cette information n'est toutefois pas redondante avec celle donnée par la caméra : souvent, si le couplage du laser avec la cavité est mauvais, il arrive que les résonances sur le signal de la photodiode soient noyées dans le bruit, alors qu'elles sont parfaitement visibles grâce à la caméra. Nous savons alors qu'il nous faut soit réaligner le faisceau incident sur la cavité, soit que le laser est multimode.

Enfin, pour asservir le laser toujours sur la même résonance, on mesure la fréquence du laser maître à l'aide d'un lambdamètre (exactitude  $600 \text{ MHz} < 1.5 \text{ GHz}$ , l'ISL de la cavité), comme nous l'avons vu sur la figure 1.15.

**Expression du signal d'erreur :** Cette partie s'appuie essentiellement sur l'excellent article par E. Black [38]. Commençons par exprimer le champ électrique incident sur la cavité. On a vu ci-dessus que le faisceau laser incident était modulé en phase par un EOM, et on note  $\phi_m$  l'indice de modulation. Sur notre asservissement PDH,  $\phi_m \ll 1$ . On peut donc considérer que le laser en sortie de l'EOM n'a que trois composantes spectrales : une centrale à  $\omega_L$ , et deux bandes latérales à  $\omega_L \pm \omega_m$ , dont les amplitudes sont respectivement proportionnelles à  $J_0(\phi_m)$  et  $J_1(\phi_m)$ , qui sont les fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1 évaluées en  $\phi_m$ . Par souci de lisibilité, on écrira toutes les équations ci-dessous pour une polarisation linéaire, mais les résultats sont immédiatement généralisables à une polarisation circulaire (qui est celle qu'on envoie sur notre cavité).

Le champ incident sur la cavité ultrastable, en projection sur la direction de polarisation, s'exprime donc de la façon suivante :

$$E_{\text{inc}}(\vec{r}, t) = E_0(\vec{r})e^{i\omega_L t} \left[ J_0(\phi_m) - J_1(\phi_m)e^{-i\omega_m t} + J_1(\phi_m)e^{i\omega_m t} \right] \quad (1.8)$$

avec  $E_0(\vec{r})$  l'amplitude complexe du faisceau, qui inclut la dépendance spatiale de la phase.

La relation entre le faisceau incident et le faisceau réfléchi par la cavité s'exprime grâce au coefficient complexe de réflexion à l'entrée de la cavité, noté  $F(\omega) = \frac{E_{\text{refl}}}{E_{\text{inc}}}$ , et qui peut s'écrire :

$$F(\omega) = \frac{r \left( \exp\left(i\frac{\omega}{\Delta\nu_{\text{ISL}}}\right) - 1 \right)}{1 - r^2 \exp\left(i\frac{\omega}{\Delta\nu_{\text{ISL}}}\right)} \quad (1.9)$$

avec  $r$  le coefficient de réflexion en amplitude des miroirs et  $\Delta\nu_{\text{ISL}}$  l'intervalle spectral libre de la cavité, déjà introduits plus haut.

Le faisceau réfléchi par la cavité est la somme cohérente de deux faisceaux : celui réfléchi par le miroir d'entrée de la cavité, et un faisceau dit "de fuite", qui est le faisceau qui ressort par le miroir d'entrée après être entré dans la cavité. Le déphasage entre ces deux faisceaux dépend de la fréquence du laser incident. Lorsque le laser incident

est résonant avec la cavité, ces deux faisceaux réfléchis interfèrent destructivement : le faisceau total réfléchi par la cavité disparaît. L'amplitude et la phase de  $F(\omega)$  sont représentés en figure 1.20, en utilisant les paramètres de notre cavité.

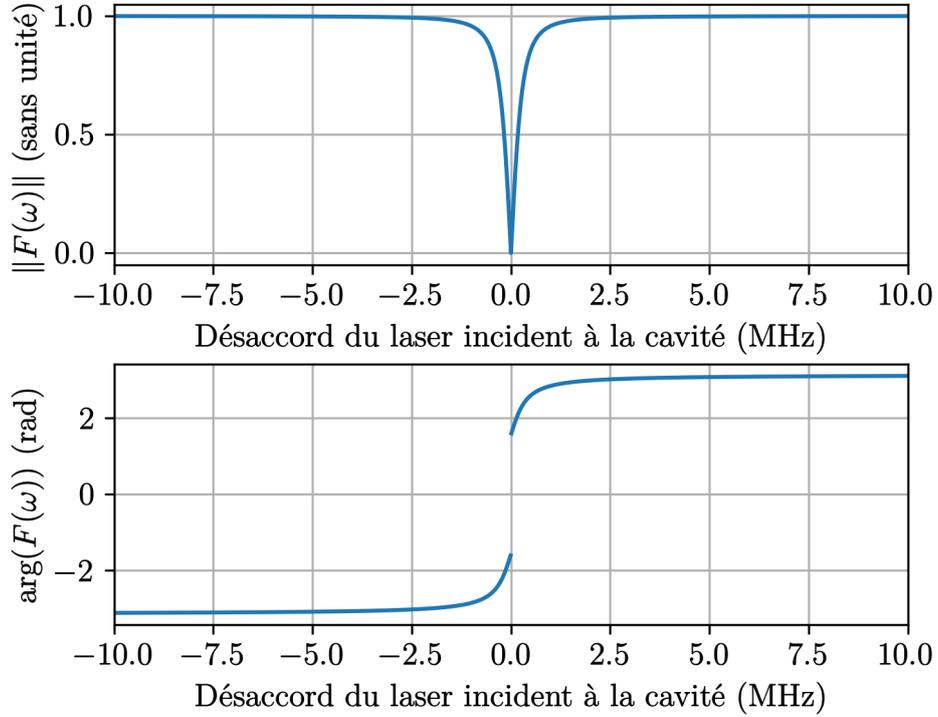


FIGURE 1.20 – Amplitude et phase du coefficient de réflexion complexe de la cavité ultrastable, en fonction du désaccord du laser incident par rapport à la résonance de la cavité sur laquelle on souhaite s’asservir. Le faisceau réfléchi disparaît à la résonance, ce qui explique la discontinuité de la phase.

Nous voulons maintenant donner l’expression du signal délivré par la photodiode en réflexion, proportionnel à la puissance du faisceau réfléchi par la cavité. Commençons donc par exprimer l’amplitude du faisceau réfléchi :

$$E_{\text{ref}}(\vec{r}, t) = E_0(\vec{r})e^{i\omega_L t} \left[ F(\omega_L)J_0(\phi_m) - F(\omega_L - \omega_m)J_1(\phi_m)e^{-i\omega_m t} + F(\omega_L + \omega_m)J_1(\phi_m)e^{i\omega_m t} \right] \quad (1.10)$$

La photodiode délivre un signal électrique proportionnel à l’intensité lumineuse  $I$  du

faisceau réfléchi, elle-même proportionnelle à l'amplitude du faisceau réfléchi au carré :

$$\begin{aligned}
I(\vec{r}, t) &= \epsilon_0 c |E_{\text{refl}}(\vec{r}, t)|^2 & (1.11) \\
&= I_c + I_{s+} + I_{s-} \\
&+ 2\epsilon_0 c J_0(\phi_m) J_1(\phi_m) |E_0(\vec{r})|^2 \times \left[ \cos(\omega_m t) \text{Re} \{ F^*(\omega_L) F(\omega_L + \omega_m) - F(\omega_L) F^*(\omega_L - \omega_m) \} \right. \\
&\quad \left. - \sin(\omega_m t) \text{Im} \{ F^*(\omega_L) F(\omega_L + \omega_m) - F(\omega_L) F^*(\omega_L - \omega_m) \} \right] \\
&- 2\epsilon_0 c J_1^2(\phi_m) |E_0(\vec{r})|^2 \times \left[ \cos(2\omega_m t) \text{Re} \{ F(\omega_L - \omega_m) F^*(\omega_L - \omega_m) \} \right. \\
&\quad \left. - \sin(2\omega_m t) \text{Im} \{ F(\omega_L - \omega_m) F^*(\omega_L - \omega_m) \} \right] & (1.12)
\end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}
I_c &= \epsilon_0 c |F(\omega_L)|^2 J_0^2(\phi_m) |E_0(\vec{r})|^2 \\
I_{s-} &= \epsilon_0 c |F(\omega_L - \omega_m)|^2 J_1^2(\phi_m) |E_0(\vec{r})|^2 \\
\text{et } I_{s+} &= \epsilon_0 c |F(\omega_L + \omega_m)|^2 J_1^2(\phi_m) |E_0(\vec{r})|^2
\end{aligned}$$

Comme pour l'asservissement du laser bleu, on démodule ce signal par démodulation synchrone afin d'obtenir le signal d'erreur utilisé pour asservir le laser maître rouge en fréquence. On multiplie d'abord le signal en sortie de la photodiode par un oscillateur local  $m(t) \propto \cos(\omega_m t)$ . Le signal en sortie du multiplieur a quatre composantes de fréquences différentes, 0,  $\omega_m$ ,  $2\omega_m$  et  $3\omega_m$ . Ensuite, un filtrage passe-bas permet de ne conserver que la composante de fréquence nulle. Le signal en sortie de la démodulation synchrone est donc un signal constant, proportionnel à :

$$\begin{aligned}
s(\omega_L) &= J_0(\phi_m) J_1(\phi_m) \\
&\times \left[ \cos(\phi) \text{Re} \{ F^*(\omega_L) F(\omega_L + \omega_m) - F(\omega_L) F^*(\omega_L - \omega_m) \} \right. \\
&\quad \left. - \sin(\phi) \text{Im} \{ F^*(\omega_L) F(\omega_L + \omega_m) - F(\omega_L) F^*(\omega_L - \omega_m) \} \right] & (1.13)
\end{aligned}$$

avec  $\phi$  le déphasage entre le signal en sortie de la photodiode et l'oscillateur local utilisé pour la démodulation synchrone.

Comme pour le transfert de modulation, on retrouve un terme dit "en phase" et un terme dit "en quadrature" :

$$s(\omega_L) = c_{\text{phase}}(\omega_L) \cos(\phi) + c_{\text{quad}}(\omega_L) \sin(\phi) \quad (1.14)$$

avec :

$$\begin{aligned}
c_{\text{phase}}(\omega_L) &= J_0(\phi_m) J_1(\phi_m) \times \text{Re} \{ F^*(\omega_L) F(\omega_L + \omega_m) - F(\omega_L) F^*(\omega_L - \omega_m) \} \\
\text{et } c_{\text{quad}}(\omega_L) &= -J_0(\phi_m) J_1(\phi_m) \times \text{Im} \{ F^*(\omega_L) F(\omega_L + \omega_m) - F(\omega_L) F^*(\omega_L - \omega_m) \}
\end{aligned}$$

On note  $\delta$  le désaccord entre la fréquence du laser  $\omega_L$  et la résonance de la cavité sur laquelle on souhaite s'asservir, notée  $\omega_0 = n \times \Delta\nu_{\text{ISL}}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

Comme  $F$  est une fonction de période  $1/\Delta\nu_{\text{ISL}}$ , on a :

$$c_{\text{phase}}(\delta) = J_0(\phi_m)J_1(\phi_m) \times \text{Re} \{F^*(\delta)F(\delta + \omega_m) - F(\delta)F^*(\delta - \omega_m)\}$$

$$\text{et } c_{\text{quad}}(\delta) = -J_0(\phi_m)J_1(\phi_m) \times \text{Im} \{F^*(\delta)F(\delta + \omega_m) - F(\delta)F^*(\delta - \omega_m)\}$$

On trace ces deux signaux (normalisés à 1) sur la figure 1.21. On constate que le terme en phase  $c_{\text{phase}}$  est quasiment nul pour toutes les valeurs du désaccord, sauf pour  $\delta \sim \pm 30$  MHz, les valeurs de  $\delta$  pour lesquelles les bandes latérales du faisceau incident sont résonantes avec la cavité. Il faut donc s'assurer que  $\phi$ , le déphasage entre le signal en sortie de la photodiode et l'oscillateur local utilisé pour la démodulation synchrone, soit le plus proche possible de  $\pi/2$  pour obtenir la pente la plus forte possible en  $\delta = 0$ .

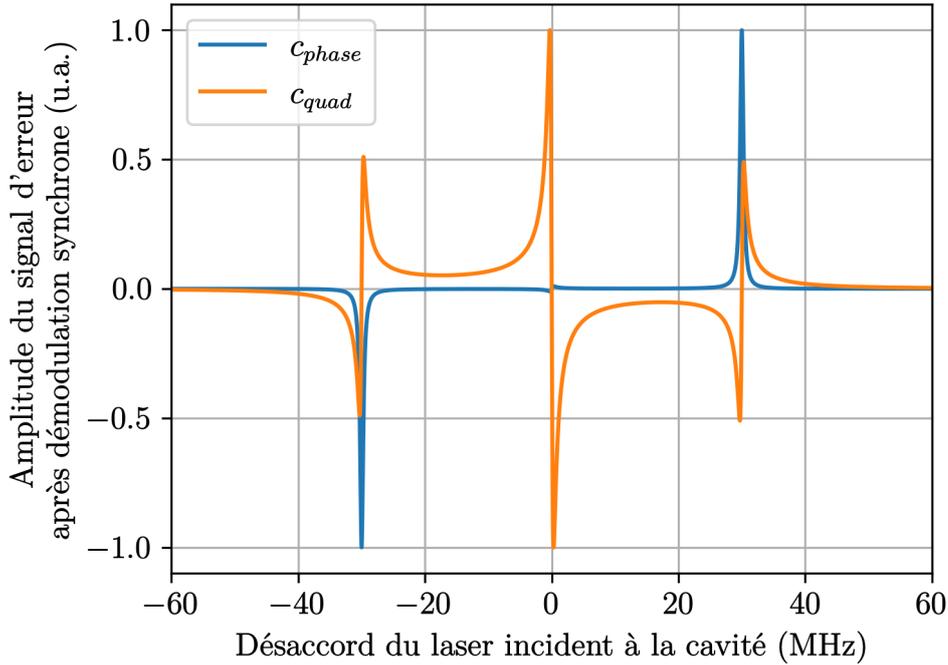


FIGURE 1.21 – Signaux d'erreur (unité arbitraire) en phase et en quadrature, tracés pour un indice de modulation  $\phi_m = 0.01$  et une fréquence de modulation  $\omega_m = 30$  MHz, avec les paramètres de notre cavité.

## 1.5 Le laser de repompage

Dans cette partie, on présente succinctement le laser de repompage utilisé pendant le MOT bleu. Nous verrons d'abord le rôle du laser de repompage dans la séquence, puis le montage optique associé.

### 1.5.1 Rôle du laser de repompage

Il existe un canal de désexcitation depuis l'état  $5s5p \ ^1P_1$  utilisé pour le MOT bleu vers l'état  $5s4d \ ^1D_2$ , avec un rapport de branchement d'environ 1 : 50000, puis du  $5s4d \ ^1D_2$  vers les états  $5s5p \ ^3P_1$  et  $^3P_2$ , avec chacun un rapport de branchement d'environ

1 : 2. La désexcitation vers l'état  $5s4d^1D_2$  n'est, en soi, pas un problème pour le MOT bleu. En effet, l'énergie cinétique moyenne extraite d'un atome lors de l'absorption d'un photon des lasers MOT vaut  $E_r^{461} = 10.8$  kHz. Si l'on considère que les atomes arrivant dans le piège magnéto-optique ont une vitesse longitudinale moyenne sous les  $25$   $m.s^{-1}$ , il faut environ 2500 cycles d'absorption-émission spontanée pour refroidir l'atome jusqu'à la température Doppler à 461 nm.

Ce canal de désexcitation via  $5s4d^1D_2$  remplit donc les états  $5s5p^3P_1$  et  $^3P_2$  d'atomes froids à une température proche de  $T_D^{461} = 115$   $\mu K$ , la température Doppler du MOT 461. Le niveau  $5s5p^3P_1$  a un temps de vie de 21  $\mu s$  avant de se désexciter dans le fondamental  $^1S_0$ . En revanche, le niveau  $5s5p^3P_2$  a un temps de vie de 500 s. Par ailleurs, les atomes dans ce niveau ont un moment magnétique non-nul et peuvent donc être piégés par le champ quadrupolaire créé par les bobines MOT (les valeurs de  $g_F \times \mu_B$  pour le niveau  $^3P_2$  et la profondeur du piège magnétique sont compilées dans le tableau 1.4)

Le piège magnéto-optique rouge s'opère sur la transition  $5s^2^1S_0 \leftrightarrow 5s5p^3P_1$ , notée simplement  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$  dans la suite. Elle est séparée d'environ 18 nm de la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_2$  (voir fig. 1.22). Il est donc nécessaire de ramener les atomes de  $^3P_2$  vers  $^3P_1$ , pour qu'ils puissent être refroidis par le MOT rouge : c'est le rôle du laser repompe. On pompe les atomes de  $5s5p^3P_2$  vers  $5s6d^3D_2$  à l'aide d'un laser à 403 nm. Les atomes peuvent alors se désexciter par émission spontanée vers  $^3P_2$  (où ils seront de nouveau repompés) ou  $^3P_1$ .

L'existence de ce canal de désexcitation vers l'état  $5s5p^3P_2$  dit métastable facilite le transfert du MOT bleu vers le MOT rouge. En effet, comme on le verra plus en détail dans la partie 1.10, les deux MOT opèrent à des gradients très différents et ont, de fait, des tailles très différentes. Comme les métastables sont piégés dans le piège magnétique, on peut éteindre le MOT bleu avant de réduire abruptement le gradient de champ magnétique jusqu'à sa valeur du MOT rouge, tout en allumant les faisceaux MOT rouge.

## 1.5.2 Choix de l'excursion en fréquence de balayage de la repompe

La figure 1.22 compile les valeurs de la séparation entre les niveaux hyperfins des  $5s5p^3P_J$  et  $5s6d^3D_J$ .

Elles sont calculées à l'aide de l'équation (4.2) de la référence [39] :

$$\Delta E_{\text{HFS}} = \frac{1}{2}hAK + hB \frac{3/2K(K+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)2J(2J-1)} \quad (1.15)$$

où  $K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$

avec  $h$  la constante de Planck,  $I$ ,  $J$  et  $F$  les nombres quantiques associés respectivement au moment magnétique intrinsèque nucléaire, au moment cinétique total de l'électron, et au moment cinétique total, et enfin A et B, respectivement, les constantes d'interaction dipolaire magnétique et quadrupolaire électrique.

Les valeurs de A et B utilisées sont extraites de [40-42], et sont référencées dans le tableau 1.3.

Niveau	A (MHz)	B (MHz)
$5s5p\ ^3P_2$	- 212.765	67.215
$5s5p\ ^3P_1$	- 260.084(2)	-35.658(6)
$5s6d\ ^3D_3$	-161.8(5)	20(20)
$5s6d\ ^3D_2$	-163.2(9)	30(20)
$5s6d\ ^3D_1$	239.7(5)	5(20)

TABLE 1.3 – Constantes d’interaction dipolaire magnétique (A) et quadrupolaire électrique (B) pour les états  $5s5p\ ^3P_J$  et  $5s6d\ ^3D_J$  [40-42]). Les valeurs indiquées entre parenthèses sont les déviations standards exprimées en partant du dernier digit, e.g. 30(20) MHz =  $30 \pm 20$  MHz.

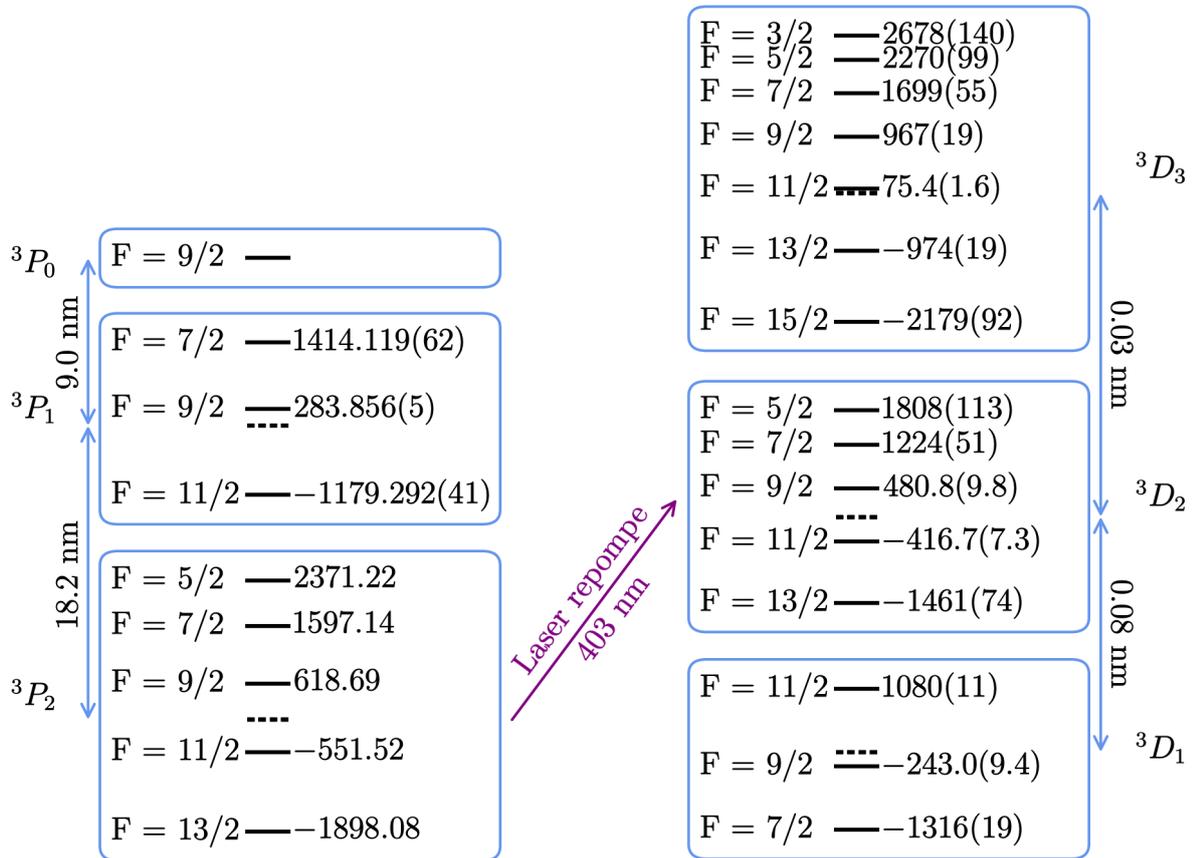


FIGURE 1.22 – Détails de la structure fine et hyperfine des niveaux impliqués dans la transition de repompe, où la séparation entre les niveaux hyperfins est à l’échelle, mais pas celle entre les niveaux fins. Les décalages hyperfins sont exprimés en MHz et repérés par rapport au niveau en pointillés, qui représente le cas où A et B sont nuls. Les incertitudes sont propagées depuis celles du tableau 1.3 par l’équation 1.15.

Le laser de repompage est balayé sur 3 GHz de large, de façon à connecter les états  $F = 9/2$  à  $F = 13/2$  du  $^3P_2$  aux états  $F = 7/2$  à  $F = 13/2$  du  $^3D_2$ . En effet, les états  $F = 9/2$  à  $F = 13/2$  du  $^3P_2$  sont les plus remplis du fait des rapports de branchement lors du processus de fuite du MOT [43].

### 1.5.3 Piégeage magnétique des atomes dans l'état métastable $5s5p\ ^3P_2$

Dans cette partie, on va s'intéresser à la profondeur du piège magnétique pour tous les couples  $(F, m_F)$  du  $^3P_2$ , afin de voir quels sont les états  $m_F$  effectivement piégés une fois refroidis par le MOT bleu.

Pour cela, j'ai utilisé un modèle très simple du champ quadrupolaire généré par les bobines MOT : je considère que son gradient est constant jusqu'au centre des bobines, où il s'annule. En notant  $z = z_{\text{lim}}$  la distance entre le centre des bobines MOT et le MOT, la profondeur du piège magnétique  $U_{\text{mag}}$  s'exprime de la façon suivante :

$$U_{\text{mag}}(F, m_F) = (\mu_B m_F g_F \vec{\nabla}(B) \cdot \vec{e}_z - m_{87} g) \times z_{\text{lim}} \quad (1.16)$$

avec  $\mu_B$  le magnéton de Bohr,  $m_F$  le nombre quantique associé au sous-état Zeeman que l'on cherche à piéger,  $g_F$  le facteur de Landé pour l'état hyperfin considéré,  $\vec{\nabla}(B) \cdot \vec{e}_z$  le gradient de champ magnétique dans l'axe des bobines,  $m_{87}$  la masse d'un atome de  $^{87}\text{Sr}$ , et  $g$  l'accélération de la pesanteur.

On calcule la valeur du facteur de Landé  $g_F$  de la façon suivante (voir [39], éq. 4.4a et 4.4b) :

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (1.17)$$

avec  $g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$

Pour  $\vec{\nabla}(B) \cdot \vec{e}_z = 51 \text{ G.cm}^{-1}$  et  $z_{\text{lim}} = 5 \text{ cm}$ , on obtient le tableau 1.4, où sont compilées les valeurs de  $g_F \times \mu_B$  pour les différents états hyperfins du  $^3P_2$ , les sous-états  $m_F$  effectivement piégés, et la profondeur du piège pour ces différents états  $m_F$ .

TABLE 1.4 – Pour chaque état hyperfin du  $^3P_2$ , on donne : les valeurs de  $g_F \times \mu_B$  pour les différents niveaux hyperfins du  $5s5p\ ^3P_2$  (d'après [39] (4.4a) et (4.4b) - voir aussi [44] pour une expression moins approchée), les sous-états  $m_F$  que l'on parvient à piéger, et la profondeur du piège pour le sous-état  $m_F$  le moins bien piégé.

État hyperfin du $^3P_2$	$g_F \times \mu_B$ (kHz/G)	Sous-états $m_F$ piégés	Profondeur du piège (mK)
F = 13/2	646	$m_F \geq 3/2$	6.73
F = 11/2	499	$m_F \geq 3/2$	4.04
F = 9/2	254	$m_F \geq 5/2$	2.66
F = 7/2	-200	$m_F \leq -5/2$	0.99
F = 5/2	-1200	$m_F \leq -1/2$	2.2

## 1.5.4 Montage optique

La figure 1.23 représente le chemin optique suivi par le laser repompe en restant fidèle au montage réel. Notre laser de repompage à 403 nm est généré par une diode laser Toptica DL 100. En sortie de la diode, un télescope constitué de deux lentilles cylindriques permet de corriger le profil transverse elliptique du faisceau. Il est ensuite envoyé sur un AOM. L'ordre -1 de diffraction est couplé dans une fibre et envoyé sur la chambre à vide (voir fig. 1.24). Un obturateur commandé par un servomoteur permet d'éviter toute fuite de lumière de l'ordre 0 vers la chambre à vide. L'ordre +1 est envoyé sur un lambdamètre et une cavité d'analyse Fabry-Pérot. Notre laser de repompage n'est pas asservi en fréquence : il est en effet balayé sur environ 3 GHz. La combinaison du lambdamètre et de la cavité Fabry-Pérot nous permet de surveiller et corriger les sauts de modes éventuels. Typiquement, les sauts de modes surviennent au bout de quelques heures après le réglage du laser, et retrouver le mode adéquat en réglant le piézo de la DL 100 ne prend que quelques dizaines de secondes.

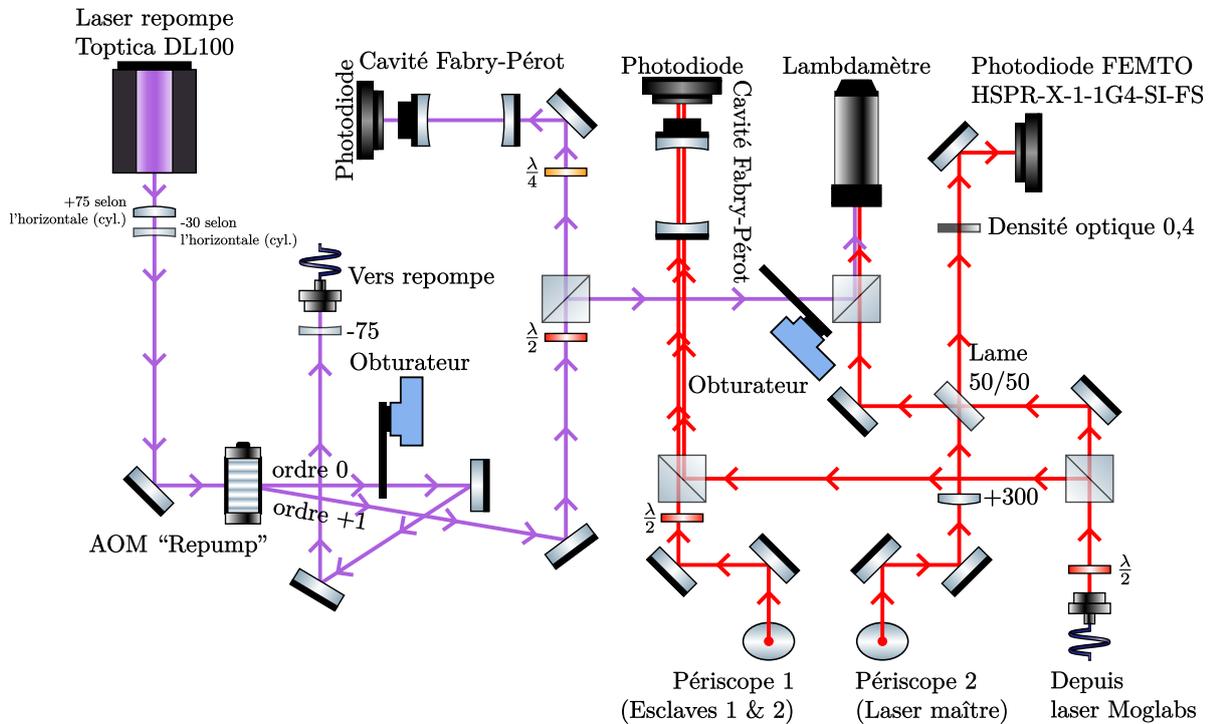


FIGURE 1.23 – Schema de la table optique sur laquelle sont montés le laser repompe (en violet) ainsi que différents éléments utilisés pour la chaîne rouge : mesure de la qualité d'injection des esclaves rouges à l'aide d'une cavité Fabry-Pérot, mesure de la longueur d'onde absolue du laser maître rouge sur un lambdamètre, et asservissement du laser Moglabs par battement avec le maître rouge.

Le faisceau en sortie de la fibre est collimaté par une lentille convergente, puis envoyé sur la chambre par un des hublots CF16 inférieurs, qui est à  $16^\circ$  de l'horizontale, et à  $22.5^\circ$  de l'axe du ralentisseur Zeeman. Le faisceau ressort par un CF16 supérieur, après lequel il est bloqué. Le vecteur d'onde  $\vec{k}_{\text{repump}}$  du faisceau repompe sur les atomes peut donc s'exprimer  $\vec{k}_{\text{repump}} = \frac{2\pi}{403 \text{ nm}} [\cos(16^\circ) \cos(22.5^\circ) \vec{e}_x + \cos(16^\circ) \sin(22.5^\circ) \vec{e}_y - \sin(16^\circ) \vec{e}_z]$ , où la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  est définie sur la figure 1.24. Il a un waist au niveau des atomes de

quelques mm et une puissance totale d'environ 1.5 mW.

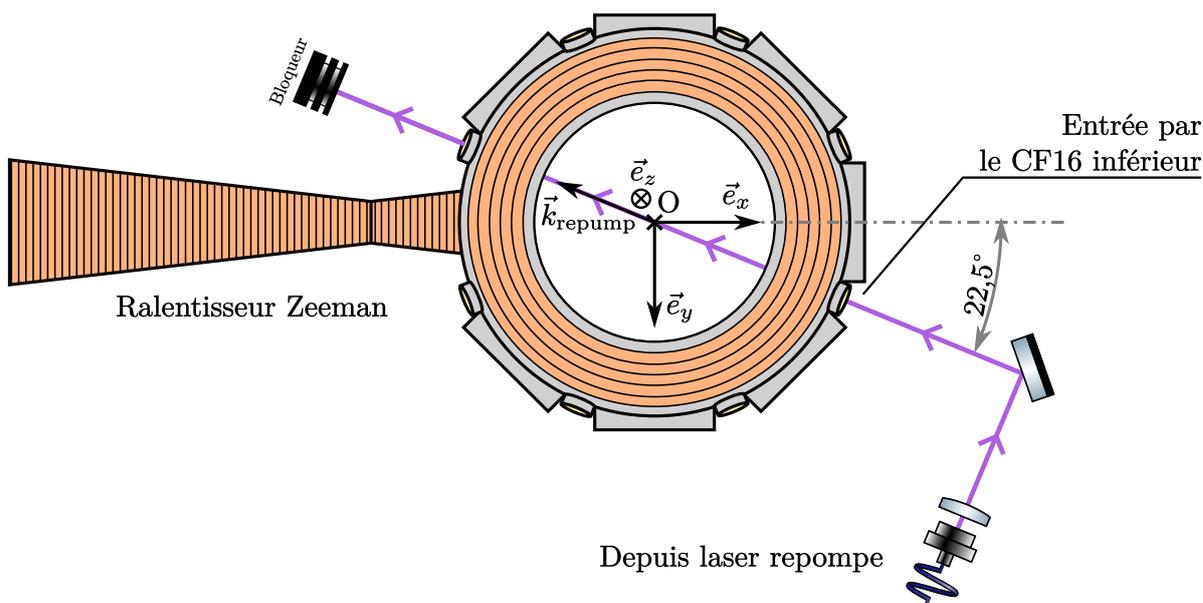


FIGURE 1.24 – Direction du faisceau repompe sur la chambre à vide principale.

## 1.6 Le four

Le strontium 87 utilisé dans notre expérience est obtenu en chauffant un échantillon solide de strontium sous vide, de façon à le vaporiser. Voyons les caractéristiques de l'élément qui nous permet de chauffer le strontium : le four.

### 1.6.1 Montage

Notre four est constitué d'une section d'enceinte à vide fermée à une extrémité par une soudure, et dont l'autre côté donne vers le reste de l'enceinte.

Nous avons chargé 5g de Sr solide pur à 99,9% avant de faire le vide. Les différents isotopes de strontium sont présents en abondance naturelle dans cet échantillon solide. Le  $^{87}\text{Sr}$  représente environ 7% de cet échantillon. Il est donc nécessaire de chauffer le four à environ  $500^\circ\text{C}$  pour avoir un flux de gaz suffisant. Il faut périodiquement (tous les 6 mois à 2 ans selon la fréquence d'utilisation du four et sa température) ouvrir le four pour le recharger en strontium. Grâce à une vanne séparant le four du reste de l'enceinte à vide, on n'a à refaire le vide que dans le four après cette opération.

Cette section d'enceinte qui renferme le strontium est chauffée par un bloc de céramique isolante contenant une résistance chauffante (Watlow VC402A, 425W-120V max,  $1150^\circ\text{C}$  max). Un thermocouple est en contact avec l'enceinte pour mesurer sa température. La résistance chauffante est pilotée par une alimentation stabilisée qui s'allume automatiquement tous les jours à la même heure.

À la sortie du four, nous avons placé un berceau accueillant des microtubes. Ces microtubes font  $L=15$  mm de long, ont un diamètre intérieur de  $d_{int} = 380 \mu\text{m}$  et un diamètre extérieur de  $d_{ext} = 500 \mu\text{m}$ . Le berceau accueille environ 80 microtubes. Ils

permettent de collimater le jet en sortie du four [45]. On peut considérer que les atomes qui entrent en collision avec la paroi du microtube sont adsorbés, puis re-vaporisés de manière isotrope. L'angle de collimation théorique est [46] :

$$\theta = 1,68 * \frac{d_{int}}{2L} = 21 \text{ mrad} \quad (1.18)$$

## 1.6.2 Distribution de vitesses

La distribution de vitesses longitudinales suit une distribution de Boltzmann (représentée en fig. 1.25) :

$$p(v) = v^2 \times e^{\frac{-mv^2}{2k_B T}} \quad (1.19)$$

À 500°C, la vitesse moyenne est de 434 m.s<sup>-1</sup>.

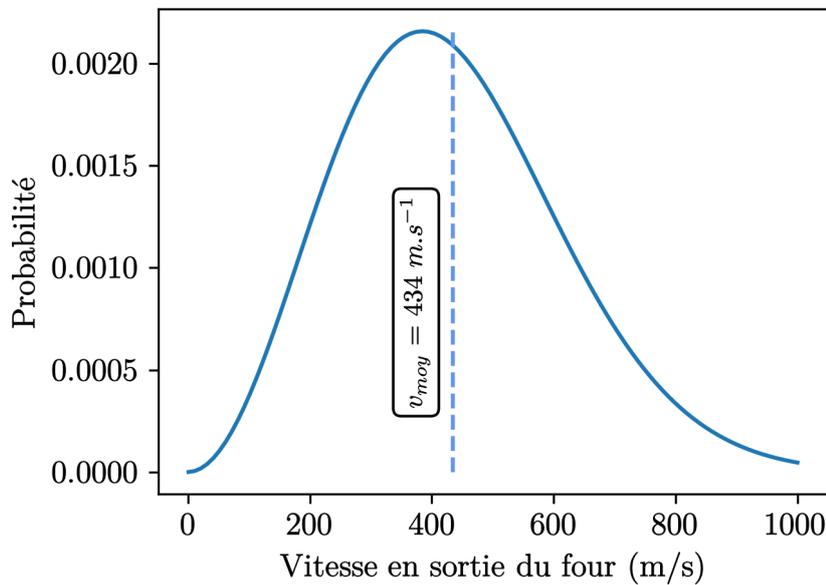


FIGURE 1.25 – Distribution des vitesses longitudinales des atomes en sortie du four à 500°C.

## 1.7 Le refroidissement transverse

Une mélasse optique en 2D, transverse au jet effusif, permet de collimater encore le jet effusif afin d'augmenter le flux en sortie du ralentisseur Zeeman. Elle s'appuie sur la transition à 461 nm. Le principe du refroidissement sur cette transition sera décrit plus en détail dans la suite. Elle permet de gagner un facteur de 2 à 4 dans le nombre d'atomes piégés dans le MOT bleu.

Les faisceaux du refroidissement transverse sont représentés en fig. 1.26 : ils sont élargis suivant l'axe du jet de façon à couvrir l'intégralité du jet atomique sur toute la largeur d'un hublot CF40.

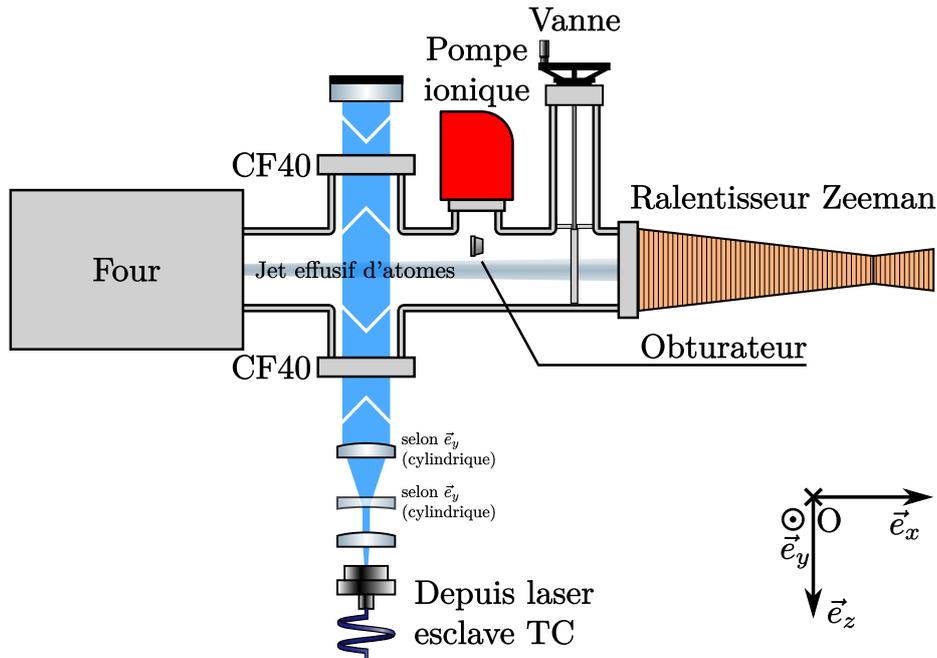


FIGURE 1.26 – Trajet des atomes avant la chambre à vide principale. En sortie du four, le jet d'atomes collimaté par les microtubes subit un refroidissement transverse par deux paires de faisceaux contrapropageants (le second se propage selon  $\vec{e}_y$  et n'est pas représenté sur la figure). Un obturateur contrôlé par un servomoteur permet d'arrêter la propagation du jet d'atomes dès la fin du MOT bleu dans notre séquence expérimentale. Une pompe ionique assure le maintien d'un vide poussé dans cette section de la chambre à vide. Une vanne permet d'isoler toute cette section du reste de l'expérience lors du remplissage du four. Les atomes rentrent enfin dans le ralentisseur Zeeman.

## 1.8 Le ralentisseur Zeeman

On l'a vu, à la sortie de notre four chauffé à  $500^\circ\text{C}$ , les atomes ont une vitesse moyenne de  $434 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Ils doivent être ralentis sous la vitesse de capture du piège magnéto-optique bleu, que l'on estime à  $25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  à l'aide d'une simulation numérique à 1 dimension. On utilise pour ça un ralentisseur Zeeman [47] utilisant la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$ , à  $461 \text{ nm}$ .

Dans cette section, je rappellerai quelques unes des équations décrivant le comportement des atomes dans le ralentisseur Zeeman, avant de les appliquer à notre propre expérience.

### 1.8.1 Principe du ralentisseur Zeeman

Les atomes dans un ralentisseur Zeeman sont ralentis par la pression de radiation d'un laser contra-propageant au flux atomique. Le gradient de champ magnétique permet, par effet Zeeman, de modifier la fréquence de résonance de l'atome au fur-et-à-mesure de son avancée dans le ralentisseur (et donc, de son ralentissement par le laser contra-propageant) afin qu'il conserve le même désaccord avec le laser, malgré le changement du décalage Doppler.

Rappelons d'abord, sans démonstration, l'expression en norme de cette force de pression de radiation [48] :

$$F = -\hbar k_L \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s + \frac{4\Delta^2}{\Gamma^2}} \quad (1.20)$$

avec :

- $k_L$  le vecteur d'onde du laser contra-propageant
- $\Gamma$  la largeur de la transition adressée par ce laser
- $s = \frac{I}{I_{\text{sat}}}$  le paramètre de saturation, où  $I$  est l'intensité du laser et  $I_{\text{sat}}$  l'intensité de saturation associée à la transition ( $I_{\text{sat}} = 43 \text{ mW/cm}^2$  pour la  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$ )
- $\Delta$  est le désaccord entre la résonance atomique et la fréquence du laser perçu par l'atome, qui inclut l'effet Doppler et l'effet Zeeman.

Pour un atome ayant une vitesse longitudinale (i.e., selon la direction de propagation du laser,  $\vec{e}_x$  dans la base de la figure 1.26)  $v$ , et soumis à un champ magnétique  $B(x) \cdot \vec{e}_x$ , on a, pour le  $^{87}\text{Sr}$  :

$$\Delta = \Delta(x, v) = \delta + k_L v(x) - \mu_B m_F g_F B(x) / \hbar \quad (1.21)$$

où  $\delta = \omega_L - \omega_0$  est le désaccord entre la fréquence du laser  $\omega_L$  et la fréquence de la résonance atomique  $\omega_0$ ,  $\mu_B$  le magnéton de Bohr,  $m_F$  le nombre quantique associé au sous-état Zeeman de l'état excité auquel on se couple, et  $g_F$  le facteur de Landé de l'état excité. Pour simplifier les équations, on néglige l'effet Zeeman sur les sous-états  $m_F$  du fondamental, ce qui correspond au cas du  $^{87}\text{Sr}$ .

**Détermination de la forme du gradient de champ magnétique pour une trajectoire à désaccord constant :** On souhaite a priori que le ralentisseur Zeeman applique aux atomes une décélération la plus élevée possible et constante dans le référentiel du laboratoire (ce qui est le cas dans les ralentisseurs Zeeman classiques [47, 49, 50]). Notons-la  $a_{\text{lab}}$  :

$$a_{\text{lab}} = \eta a_{\text{max}} \quad (1.22)$$

avec :

- $a_{\text{max}} = -\Gamma/2 \frac{s}{1+s} \frac{\hbar k_L}{m}$  la décélération maximale des atomes dans le référentiel du laboratoire, i.e. la décélération qu'imposerait un laser toujours parfaitement à résonance, limitée uniquement par les cycles d'absorption-émission.
- $\eta$  un paramètre compris entre 0 et 1. Il permet de prendre en compte la rugosité des champs magnétiques réels, créés en bobinant un fil autour d'un support cylindrique. En effet, on va le voir, les atomes capturés par le ralentisseur Zeeman finissent tous par se raccrocher à une trajectoire à  $\Delta$  constant, qui dépend de  $a_{\text{lab}}$ . Si l'on prenait  $a_{\text{lab}} = a_{\text{max}}$ , les atomes décrocheraient de cette trajectoire à la moindre rugosité du champ. On confirme le choix de  $\eta$  en simulant le plus précisément possible le champ magnétique réel que l'on souhaite réaliser, avec ses rugosités, puis en intégrant les équations du mouvement. Sur notre expérience,  $\eta = 0.85$ .

On va d'abord chercher quel gradient  $B(x)$  permet d'obtenir cette décélération uniforme, ou, autrement dit, quel gradient  $B(x)$  compense continûment l'effet Doppler au cours de la décélération, de sorte que  $\Delta$  reste constant. Il est important de noter que

seul un atome suivant une trajectoire bien précise, entièrement déterminée par sa vitesse initiale à l'entrée dans le Zeeman, aura  $\Delta(x)$  constant sur toute la trajectoire. On note  $v_\Delta(x)$  la vitesse de cet atome. Nous verrons ensuite ce qu'il se passe pour des atomes dont la vitesse initiale est différente de  $v_\Delta(x=0)$  (que l'on notera  $v_0$  dans la suite), où  $x=0$  correspond à l'entrée du Zeeman.

Dans ces conditions, on a :

$$v_\Delta(x) = \sqrt{v_0^2 + 2\eta a_{\max} x} \quad (1.23)$$

pour  $0 \leq x \leq v_0^2/(2\eta a_{\max})$ .

L'atome n'étant a priori soumis qu'à la force de pression de radiation, on a :

$$a_{\text{lab}} = \frac{F(x, v_\Delta)}{m} \quad (1.24)$$

En utilisant les expressions respectives des deux termes (éq. 1.20 et 1.22), on a donc :

$$\frac{4}{\Gamma^2} \left( \delta + k_L v_\Delta(x) - \frac{\mu_B m_F g_F B(x)}{\hbar} \right)^2 = (1+s) \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) \quad (1.25)$$

On obtient enfin, grâce à l'éq. 1.23, l'expression du gradient de champ  $B(x)$  qui permet d'appliquer une décélération constante (par pression de radiation) à un atome tout au long de sa trajectoire :

$$\begin{aligned} B(x) &= B_0 + B_1 \sqrt{1 + \frac{2\eta a_{\max} x}{v_0^2}} \\ \text{avec } B_0 &= \frac{\hbar}{\mu_B m_F g_F} \left[ \delta + \frac{\Gamma}{2} \sqrt{(1+s) \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right)} \right] \\ B_1 &= \frac{\hbar k_L v_0}{\mu_B m_F g_F} \end{aligned} \quad (1.26)$$

On constate deux choses importantes dans l'éq. 1.26. Premièrement, le désaccord  $\delta$  n'intervient pas dans l'optimisation du ralentisseur. Cependant, son choix est un compromis entre les deux effets suivants : d'une part, comme le faisceau Zeeman traverse le MOT, on a tout intérêt à le choisir grand (en valeur absolue), de façon à ne pas interférer avec le piège. D'autre part, on a tout intérêt à minimiser  $|B(x)|$  en tout point - et donc à minimiser  $|\delta|$  pour minimiser  $|B_0|$  - pour diminuer la valeur du courant dans les bobines Zeeman, et donc la puissance dissipée par effet Joule.

**Vitesse de capture :** On cherche à savoir quelle trajectoire suit l'atome lorsqu'il a une vitesse initiale différente de  $v_0$ .

Notons  $v_{\text{lab}}(t)$  la vitesse d'un tel atome, et comparons son évolution par rapport à  $v_\Delta(t)$  :

$$\frac{d(v_{\text{lab}}(t) - v_\Delta(t))}{dt} = \frac{1}{m} F(z, v_{\text{lab}}) - a_{\text{lab}} = \frac{\Gamma \hbar k}{2 m} \left( \frac{-s}{s+1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma^2}} + \eta \frac{s}{s+1} \right) \quad (1.27)$$

Cette équation a deux solutions stationnaires ( $\frac{d(v_{\text{lab}}(t)-v_{\Delta}(t))}{dt} = 0$ ) :

$$v_{\text{lab},1}(t) = v_{\Delta}(t) \quad (1.28)$$

$$v_{\text{lab},2}(t) = v_{\Delta}(t) + \frac{\Gamma}{k_L} \sqrt{(1+s)\left(\frac{1}{\eta} - 1\right)} \quad (1.29)$$

C'est la deuxième solution qui, à  $t = 0$ , correspond à la vitesse de capture [51] :

$$v_{\text{cap}} = v_0 + \frac{\Gamma}{k_L} \sqrt{(1+s)\left(\frac{1}{\eta} - 1\right)} \quad (1.30)$$

On peut s'en assurer en intégrant numériquement les équations du mouvement pour différentes vitesses initiales (voir fig. 1.27).

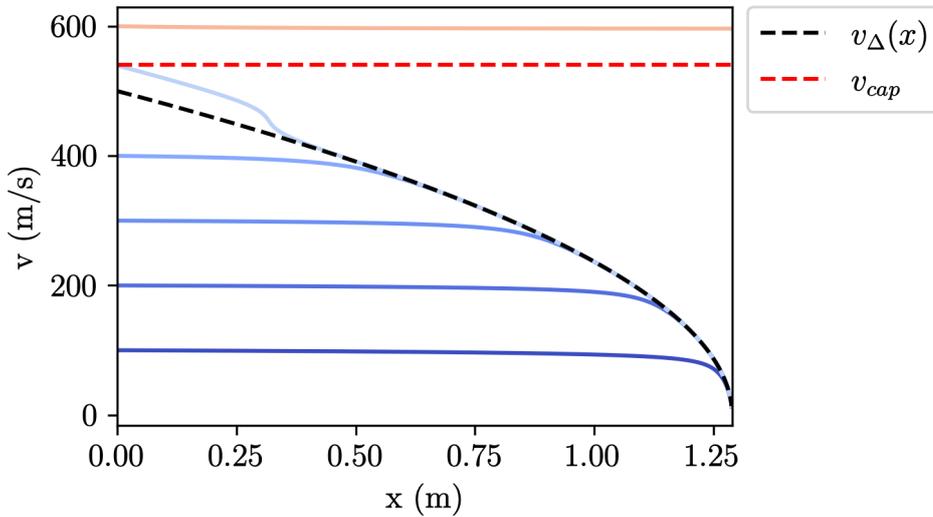


FIGURE 1.27 – Vitesse des atomes dans le ralentisseur Zeeman en fonction de la position, pour différentes vitesses initiales. On constate que les atomes dont la vitesse initiale est inférieure à la vitesse de capture  $v_{\text{cap}}$  (éq. 1.30) voient leur vitesse se rapprocher de  $v_{\Delta}(x)$  au cours de leur déplacement dans le ralentisseur. Ces courbes ont été tracées pour  $\eta = 0.2$ , pour mettre en valeur la différence entre  $v_0$  et  $v_{\text{cap}}$ . On a aussi choisi  $s = 1$ ,  $\delta = -400$  MHz, et  $v_0 = 500$  m.s<sup>-1</sup>. Les courbes en pointillés représentent  $v_{\text{cap}}$  (en rouge) et  $v_{\Delta}(x)$  (en noir).

## 1.8.2 Spécificités de notre ralentisseur Zeeman :

Notre ralentisseur Zeeman est séparé en deux parties de 39 et 11 cm de long, respectivement. La première partie est telle qu'on l'a décrite dans la partie 1.8.1, avec un champ magnétique dont l'amplitude diminue au fil de l'avancée des atomes dans le ralentisseur. Dans la deuxième partie du ralentisseur, le champ magnétique suit la tendance inverse. En éloignant ainsi les atomes de la résonance, on évite qu'ils ne soient repoussés en sens inverse par le laser une fois sortis du Zeeman. Notre ralentisseur Zeeman a une vitesse de capture d'environ 550 m.s<sup>-1</sup> et une vitesse de sortie d'environ 25 m.s<sup>-1</sup>, ce qui correspond à la vitesse de capture du MOT bleu.

## 1.9 Le piège magnéto-optique en raie large

### 1.9.1 Description théorique

Je rappelle ici le principe du piège magnéto-optique en raie large.

Rappelons d'abord qu'un atome dans un faisceau laser se polarise et interagit en retour avec le faisceau. Cette interaction entre le moment dipolaire induit et le champ électrique du faisceau peut se décomposer en deux forces. La première, la force dipolaire, est conservative et ne joue qu'un rôle mineur dans la description du fonctionnement du MOT. La seconde, la force de pression de radiation, est due au transfert d'impulsion qui se produit lorsque le laser absorbe un photon du faisceau. Dans le cas où l'on peut faire l'approximation de raie large  $2E_{\text{rec}} \ll \hbar\Gamma$ , la force de pression de radiation peut s'écrire :

$$\vec{F}_{pr} = -\frac{\hbar s(\vec{r})}{1+s(\vec{r})} \frac{\Gamma}{2} \vec{\nabla} \phi(\vec{r}) \quad (1.31)$$

avec  $\phi(\vec{r})$  la phase du laser,  $\Gamma$  la largeur de la transition mise en jeu, et  $s(\vec{r}) = \frac{\Omega^2(\vec{r})/2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$  le paramètre de saturation.

Si l'atome est en train de bouger dans le référentiel du laboratoire à une vitesse  $\vec{v}$ , et qu'on considère que le laser est une onde plane, l'expression de cette force devient :

$$\vec{F}_{pr}(\vec{r}) = \frac{\hbar\Gamma\Omega^2(\vec{r})}{\Gamma^2 + 2\Omega^2(\vec{r})} \frac{1}{1 + \frac{(\delta - \vec{k}_L \cdot \vec{v})^2}{\frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2(\vec{r})}{2}}} \vec{k}_L \quad (1.32)$$

Ainsi, si le laser est désaccordé vers le rouge ( $\delta < 0$ ),  $\|\vec{F}_{pr}\|$  est plus grande pour un atome se déplaçant vers la source du laser ( $\vec{k}_L \cdot \vec{v} < 0$ ) que pour un atome s'en éloignant ( $\vec{k}_L \cdot \vec{v} > 0$ ). Lorsqu'on soumet l'atome à un faisceau rétro-réfléchi avec  $\delta < 0$ , la résultante de la force de pression de radiation du faisceau incident  $\vec{F}_{\text{inc}}$  et du faisceau réfléchi  $\vec{F}_{\text{refl}}$  a donc toujours tendance à ralentir l'atome, quelle que soit sa direction :

$$\vec{F}_{\text{pr,tot}}(\vec{r}) = \vec{F}_{\text{inc}}(\vec{r}) + \vec{F}_{\text{refl}}(\vec{r}) = \frac{\hbar\Gamma\Omega^2(\vec{r})}{\Gamma^2 + 2\Omega^2(\vec{r})} \frac{4\delta\vec{k}_L \cdot \vec{v}}{1 + \frac{\delta^2 + (\vec{k}_L \cdot \vec{v})^2}{\frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2(\vec{r})}{2}} + \frac{(\delta^2 - (\vec{k}_L \cdot \vec{v})^2)^2}{(\frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2(\vec{r})}{2})^2}} \vec{k}_L \quad (1.33)$$

Si l'atome se déplace dans le sens de propagation du laser incident ( $\vec{k}_L \cdot \vec{v} > 0$ ),  $\vec{F}_{\text{pr,tot}}$  est selon  $-\vec{k}_L$  (puisque  $\delta < 0$ ). À l'inverse, si l'atome se déplace dans le sens opposé ( $\vec{k}_L \cdot \vec{v} < 0$ ),  $\vec{F}_{\text{pr,tot}}$  est selon  $-\vec{k}_L$ . L'atome est bien ralenti dans tous les cas. Autrement dit, le faisceau rétro-réfléchi exerce sur l'atome une force de friction à une dimension, selon la direction du faisceau laser. On peut ainsi refroidir le gaz atomique en 3 dimensions en le soumettant à 3 faisceaux rétro-réfléchis - un selon chaque direction de l'espace. C'est le principe, très bien connu, des mélasses optiques. Cependant, dans un piège magnéto-optique, on ne cherche pas seulement à refroidir le nuage d'atomes, mais aussi à le densifier.

Pour cela, on va partir de la configuration de la mélasse optique (3 faisceaux rétro-réfléchis), et essayer de modifier la force de pression de radiation de façon à ce qu'un de

ses termes soit une force de rappel centrale. Sur le papier, le principe est assez simple : il suffit de rajouter un champ magnétique quadrupolaire au dispositif et de polariser circulairement les faisceaux rétro réfléchis (voir fig. 1.29).

Le champ magnétique quadrupolaire est généré par deux bobines en configuration anti-Zeeman (sur notre expérience, l'axe des bobines est vertical). Il est nul au centre (qui est le point d'intersection entre l'axe des bobines et le plan médian aux bobines), et augmente linéairement dans toutes les directions de l'espace plus on s'éloigne du centre (voir fig. 1.28). Il est aussi intéressant de noter que si le champ selon l'axe des bobines pointe vers l'extérieur, celui dans le plan médian pointe vers le centre, et vice-versa.

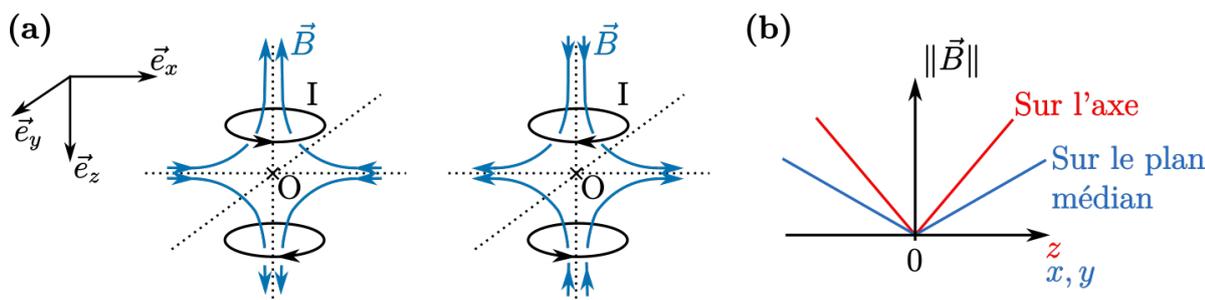


FIGURE 1.28 – Caractéristiques du champ quadrupolaire. (a) Orientation du champ magnétique en fonction du sens du courant dans les bobines. (b) Amplitude du champ magnétique selon la distance au point  $O$ , centre de la paire de bobines.

Les faisceaux incidents et réfléchis doivent avoir la même polarisation : si le faisceau incident est circulaire droit, le faisceau réfléchi doit aussi être circulaire droit. Cela est accompli expérimentalement en plaçant une lame  $\frac{\lambda}{4}$  avant le miroir de rétro réflexion. Comme leurs sens de propagation sont opposés, si le faisceau incident ainsi polarisé induit une transition  $\sigma^+$ , le faisceau réfléchi induira une transition  $\sigma^-$ . Autre détail expérimental : comme le champ magnétique sur l'axe des bobines pointe dans le sens opposé de ceux dans le plan médian, il faut que le faisceau rétro réfléché dans l'axe des bobines soit polarisé à l'opposé de ceux dans le plan médian (e.g. circulaire gauche si les deux autres faisceaux sont circulaire droit) pour que les trois faisceaux aient le même effet sur le nuage atomique.

Pour comprendre comment cette configuration permet d'introduire une composante de rappel centrale dans la force de pression de radiation, intéressons-nous au cas d'école du MOT. Il s'appuie sur une transition cyclante d'un état  $F' = 0$  vers un état  $F' = 1$  (voir fig. 1.29 (b))<sup>1</sup>. Pour faciliter l'explication, choisissons une des deux configurations de champ quadrupolaire possibles, le raisonnement pour l'autre configuration étant exactement analogue. La configuration choisie est visible en fig. 1.29 (a). On étudiera le cas d'un atome se déplaçant uniquement selon  $\vec{z}$  : à l'instant, il est sur l'axe  $\vec{z}$ , à  $z > 0$ , et avec une vitesse nulle. On choisit aussi  $\vec{z}$  comme axe de quantification. Le sens de rotation de la polarisation circulaire du laser rétro réfléché a été délibérément choisie pour assurer le bon fonctionnement du MOT. En l'occurrence, elle tourne dans le sens anti-horaire pour le receveur. La partie du faisceau se propageant selon  $\vec{z}$  induira donc une transition  $\sigma^+$ , tandis que celle se propageant selon  $-\vec{z}$  induira une transition  $\sigma^-$ .

1. Le MOT à 461 nm de  $^{88}\text{Sr}$ , isotope bosonique le plus présent en abondance naturelle, correspond précisément à ce cas d'école.

Dans la suite, pour simplifier la lecture, on désignera simplement ces faisceaux par " $\sigma^+$ " et " $\sigma^-$ ".

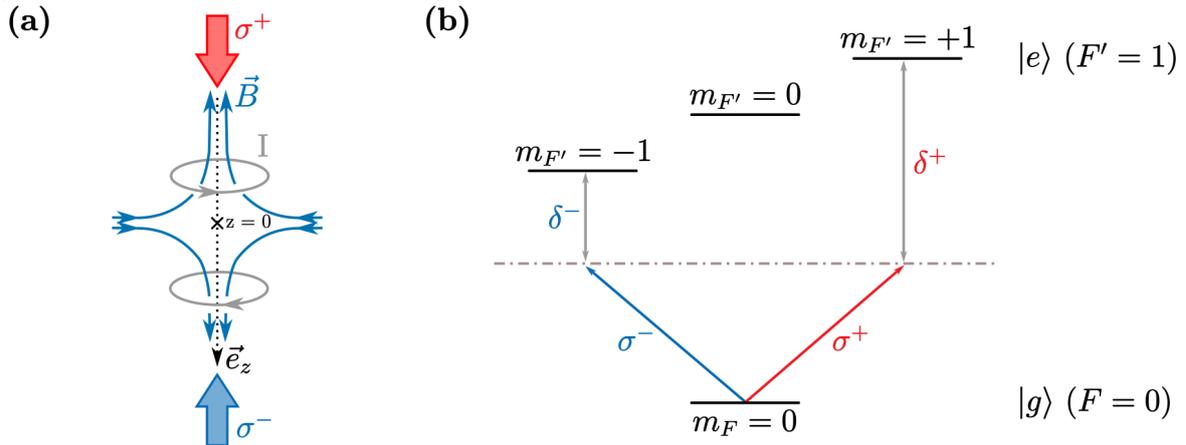


FIGURE 1.29 – (a) Configuration du champ magnétique et des faisceaux utilisés dans mon exemple (b) Structure atomique idéale d'une transition permettant de faire un MOT. L'atome se trouve ici dans la zone  $z > 0$ , puisque  $m_F = +1$  a une énergie plus élevée que  $m_F = -1$ .

Le champ magnétique induit alors une levée de dégénérescence des sous-états Zeeman de l'état excité  $F' = 1$ , telle que représentée sur la fig. 1.29 (b) : l'état  $m_F = +1$  a une énergie plus élevée que l'état  $m_F = -1$ . Il en découle donc que le faisceau  $\sigma^-$  est plus proche de la résonance  $|0,0\rangle \leftrightarrow |1,-1\rangle$  que le faisceau  $\sigma^+$  ne l'est de la résonance  $|0,0\rangle \leftrightarrow |1,+1\rangle$ . La force de pression de radiation exercée par le faisceau  $\sigma^-$  est donc plus forte que celle exercée par le faisceau  $\sigma^+$  : l'atome est donc ramené vers le centre  $z = 0$ .

On peut formaliser ce raisonnement en remplaçant  $\delta - \vec{k}_L \cdot \vec{v}$  dans l'équation 1.32 par  $\Delta$ , où est pris en compte le déplacement des états  $m_F$  du triplet par effet Zeeman :

$$\Delta = \Delta(\vec{r}, \vec{v}) = \delta - \vec{k}_L \vec{v} - \mu_B m_F g_F B(\vec{r}) / \hbar \quad (1.34)$$

## 1.9.2 Caractéristiques de notre piège magnéto-optique en raie large

Notre MOT bleu est réalisé à l'aide de 3 paires de faisceaux contrapropageants de waist 10 mm, tronqués par une optique 1". Les deux paires de faisceaux orthogonaux à l'axe des bobines anti-Helmholtz ont une intensité de 2.5 mW/cm<sup>2</sup> (soit  $\sim 0.06 \times I_{\text{sat}}^{461}$ ), et une intensité deux fois plus faible pour la paire de faisceaux selon l'axe des bobines. Le gradient de champ magnétique selon l'axe des bobines est de 51 G/cm. Ainsi, notre piège magnéto-optique a une vitesse de capture de 25 m.s<sup>-1</sup>. En un temps caractéristique de l'ordre de 5 s, on peut accumuler environ  $20 \times 10^6$  atomes dans l'état métastable.

## 1.10 Le piège magnéto-optique en raie étroite

Après 5 s d'accumulation dans le MOT bleu, on repompe  $20 \times 10^6$  atomes en 50 ms depuis l'état métastable  $^3P_2$  vers le  $^3D_2$ , d'où ils se désexcitent vers le fondamental  $^1S_0$ .

En même temps, le gradient de champ magnétique est brusquement abaissé de 51 G/cm (sa valeur pendant le MOT bleu) à 1.08 G/cm. On rallume les faisceaux MOT bleu à très faible puissance pour recomprimer le nuage ainsi repompé tout en allumant les faisceaux MOT rouge. Le MOT bleu est éteint après 20 ms, et le faisceau de repompage est éteint peu de temps après, de sorte que seul le MOT rouge est alors allumé. Ce MOT est instable à cause du facteur de Landé  $g_g$  très faible du fondamental par rapport à celui de l'état excité,  $g_e : g_e/g_g \gg F/(F-1)$ . On réalise donc un MOT dynamique, en combinant un laser de piégeage sur la raie  $^1S_0, F=9/2 \leftrightarrow ^3P_1, F'=11/2$  avec un laser de mélange (qu'on a appelé jusqu'ici le "stir") sur la raie  $^1S_0, F=9/2 \leftrightarrow ^3P_1, F'=9/2$ , et dont le rôle principal est de faire évoluer aléatoirement la population des états de spin du fondamental [33, 52].

Bien que cette difficulté soit commune à tous les MOT où  $g_e \gg g_g$  (y compris notre MOT en raie large), elle est exacerbée par la finesse de la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ . En effet, des atomes peuvent être piégés pendant longtemps dans des états où ils n'absorbent pas de lumière : la randomisation des populations des sous-états Zeeman est donc essentielle pour permettre un refroidissement efficace. De façon similaire aux références [33, 53], ce refroidissement en raie étroite est réalisé en quatre étapes. Initialement, les deux lasers à 689 nm ont une intensité  $I$  largement saturante :  $I \sim 1000 \times I_{\text{sat}}$ , où  $I_{\text{sat}} = 3 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ . Les faisceaux de piégeage et de stir sont aussi élargis en fréquence par une modulation de fréquence en triangle, cadencée à 35 kHz et d'excursion en fréquence totale 4.24 MHz pour le faisceau de piégeage, et à 24 kHz avec une excursion en fréquence totale de 6.2 MHz pour le stir, afin d'augmenter à la fois la taille de la zone de capture du piège et sa vitesse de capture. Le désaccord moyen du laser de piégeage à ce stade est 2.25 MHz, et celui du laser stir de 3.2 MHz. Cette première étape de refroidissement spectralement élargi dure 240 ms.

Lors de la deuxième étape, l'excursion en fréquence de la modulation du laser de piégeage est abaissée linéairement jusqu'à 240 kHz en 100 ms, et son désaccord moyen diminue jusqu'à 252 kHz. L'excursion en fréquence de la modulation du laser stir est abaissée jusqu'à 1 MHz, et son désaccord moyen diminue jusqu'à 628 kHz. Cela permet de réduire la taille du nuage, afin de permettre un meilleur accord avec le piège dipolaire lorsqu'on le chargera ensuite.

La troisième étape consiste à réduire l'intensité des deux lasers jusqu'à quelques  $I_{\text{sat}}$  en 150 ms, tout en augmentant le gradient de champ magnétique de 1.08 à 2.1 G/cm. Cela permet là encore de comprimer le nuage en préparation de son chargement dans le piège dipolaire. Simultanément, on augmente linéairement les fréquences des deux lasers de 180 kHz. On obtient ainsi un nuage d'environ  $10^7$  atomes à une température de  $\sim 10 \mu\text{K}$ .

Pour finir, on arrête la modulation en fréquence des deux lasers : le laser de piégeage est alors désaccordé de 184 kHz, et le stir de 36 kHz. On allume alors simultanément le piège dipolaire croisé, que l'on va décrire dans la partie suivante.

## 1.11 Le piège dipolaire

Notre piège dipolaire est constitué de deux faisceaux croisés générés par un laser fibré (de la marque IPG) capable de délivrer jusqu'à 20 W de puissance lumineuse à 1075 nm. Le premier, qui se propage horizontalement, a une forme elliptique, plus fine

selon la verticale que l'horizontale. Le waist selon l'axe vertical vaut  $34 \mu\text{m}$  et celui selon l'axe horizontal (dans le plan transverse du faisceau) vaut  $147 \mu\text{m}$  environ. Il permet d'assurer un fort confinement vertical, mais un faible confinement horizontal. Dans la suite du texte, ce faisceau sera appelé faisceau "réservoir".

Le second faisceau, de forme circulaire, est un faisceau ascendant à  $30^\circ$  de la verticale. Il a un waist d'environ  $25 \mu\text{m}$ . Il permet d'assurer un fort confinement horizontal. Dans la suite, ce faisceau sera appelé faisceau "dimple".

Le montage optique qui permet de générer ces deux faisceaux est décrit en partie 1.11.1, et représenté sur la fig. 1.30.

### 1.11.1 Montage optique

Le montage utilise un laser fibré (de la marque IPG) capable de délivrer jusqu'à 20W de puissance lumineuse à  $1075 \text{ nm}$ . Son waist est d'environ  $2,3 \text{ mm}$ . En sortie de ce laser, une lame demi-onde et un cube polariseur permettent d'envoyer une partie de la puissance dans un bloqueur de faisceau refroidi à eau. Cela permet notamment d'envoyer très peu de puissance dans le reste du montage pour faire les alignements, tout en étant sûr que le laser fonctionne dans son mode normal.

Juste après ce premier cube, on réduit le waist jusqu'à environ  $910 \mu\text{m}$  à l'aide d'un télescope de grandissement  $\frac{1}{2,5}$  (composé d'une lentille de focale  $250 \text{ mm}$  et d'une de focale  $-100 \text{ mm}$ ) afin que le faisceau puisse entrer dans les AOMs intervenant dans la suite du montage. Un autre couple de lame demi-onde et cube séparateur permet de répartir la puissance entre le bras "réservoir" et le bras "dimple". Intéressons-nous maintenant séparément à ces deux bras.

**Faisceau réservoir :** Après le cube polariseur, le laser est envoyé dans un AOM qui augmente sa fréquence de  $82.5 \text{ MHz}$ . Cet AOM (ainsi que celui qui est sur le bras du dimple) permet de diminuer progressivement la puissance du laser pour le refroidissement par évaporation. Le mode de déformation du cristal de cet AOM est un mode de cisaillement, alors que la plupart des AOM fonctionnent avec des modes de déformations longitudinaux. Il fonctionne donc à faible puissance RF. En conséquence, l'AOM chauffe moins, ce qui réduit les erreurs de pointé par fluctuations thermiques lors du changement de puissance RF.

Une fois passé l'AOM, le faisceau réservoir est envoyé à l'aide d'un périscope sur la table optique intermédiaire, afin d'entrer dans la chambre à vide à l'horizontale. La dernière étape consiste à rendre le faisceau elliptique (tout en le gardant collimaté, et sans introduire d'astigmatisme), puis à le focaliser sur les atomes. Pour rendre le faisceau elliptique, on utilise deux télescopes constitués d'une lentille cylindrique et d'une lentille sphérique chacun. J'ai représenté cette dernière étape de mise en forme du faisceau réservoir en figure 1.31, en séparant les optiques qui agissent sur la dimension horizontale du faisceau réservoir de celles qui agissent sur la dimension verticale.

Un miroir amovible est placé juste après la lentille de focale  $300 \text{ mm}$  (il n'est pas représenté sur la figure 1.30). Il permet d'envoyer le faisceau sur une lame de prélèvement à  $0.5\%$ . Le faisceau réfléchi, de faible puissance, est envoyé sur une caméra (BladeCam DataRay) placée à  $30 \text{ cm}$  de la dernière lentille, c'est-à-dire approximativement à la même distance que la lentille par rapport aux atomes. En montant la caméra sur une platine de translation, nous avons pu nous assurer que le waist était bien à  $30 \text{ cm}$  de

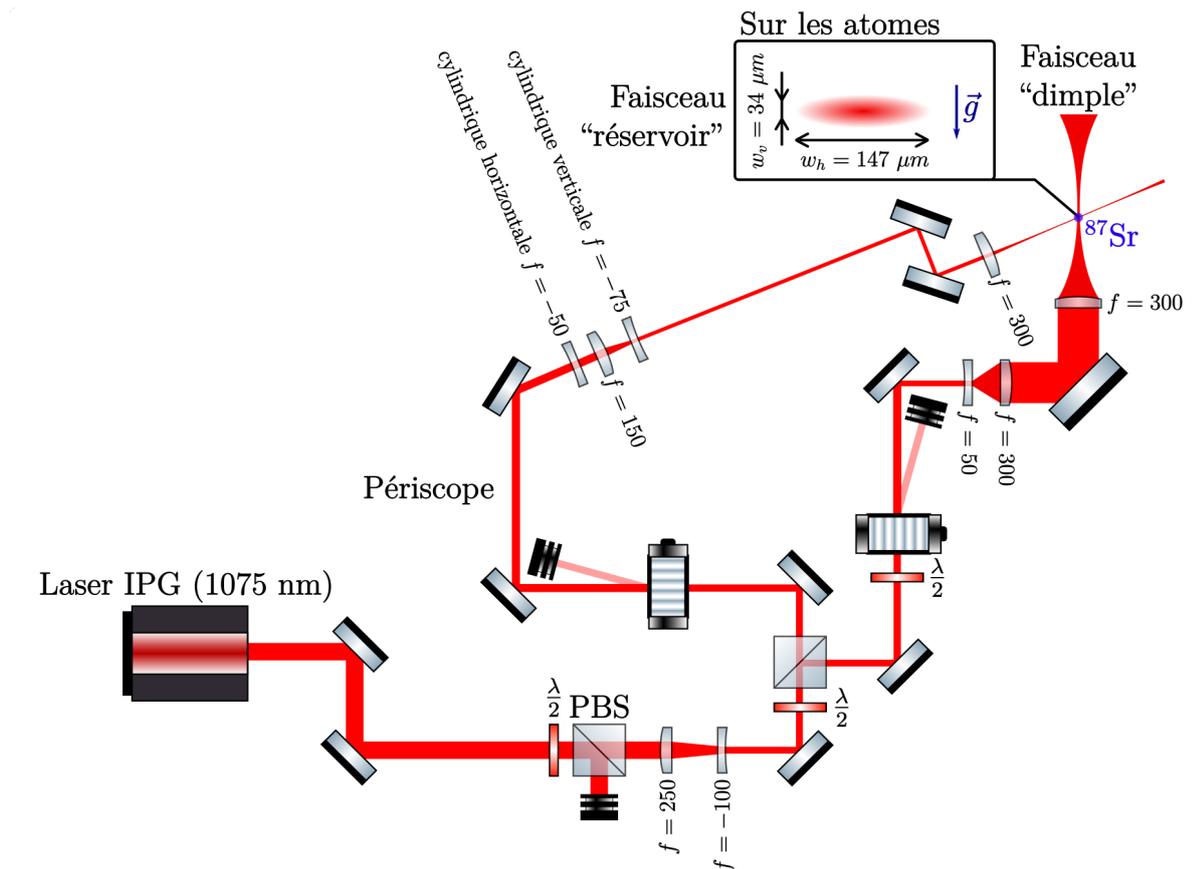


FIGURE 1.30 – Schéma de principe du piège dipolaire. Notre table optique a trois niveaux. L’IPG est placé au niveau le plus bas. Tout le bras permettant de mettre en forme le faisceau dimple est lui aussi au niveau le plus bas. Le faisceau est envoyé sur les atomes à  $30^\circ$  de la verticale à l’aide d’un miroir 2 pouces. Le faisceau réservoir est, lui, envoyé sur la table optique intermédiaire à l’aide d’un périscope, où il finit d’être mis en forme par quatre lentilles.

la dernière lentille, et qu’il valait environ  $34 \mu\text{m}$  selon la verticale, et environ  $147 \mu\text{m}$  selon l’horizontale. Il s’agit d’une première estimation du waist au niveau des atomes, limitée par l’impossibilité de mesurer précisément la distance entre la dernière lentille et les atomes - les 30 cm mentionnés plus hauts étant une valeur obtenue en supposant que le nuage atomique est parfaitement centré dans la chambre à vide -. Nous verrons dans la suite les waists réels au niveau des atomes que l’on peut déduire des mesures de fréquence du piège.

**Faisceau dimple :** Intéressons-nous maintenant à la partie du montage permettant de mettre en forme le faisceau "dimple". Elle permet d’envoyer un faisceau laser à  $30^\circ$  de la verticale à travers les hublots CF160 de la chambre à vide, focalisé sur les atomes et avec un waist de l’ordre de  $25 \mu\text{m}$ . C’est lui qui assure le confinement fort du nuage selon l’horizontale.

La première étape de mise en forme du faisceau dimple consiste à le faire passer dans un AOM (identique à celui du bras du réservoir) qui augmente sa fréquence de 80 MHz, soit 2.5 MHz de moins que celle du réservoir. C’est justifié par le fait que les modes du

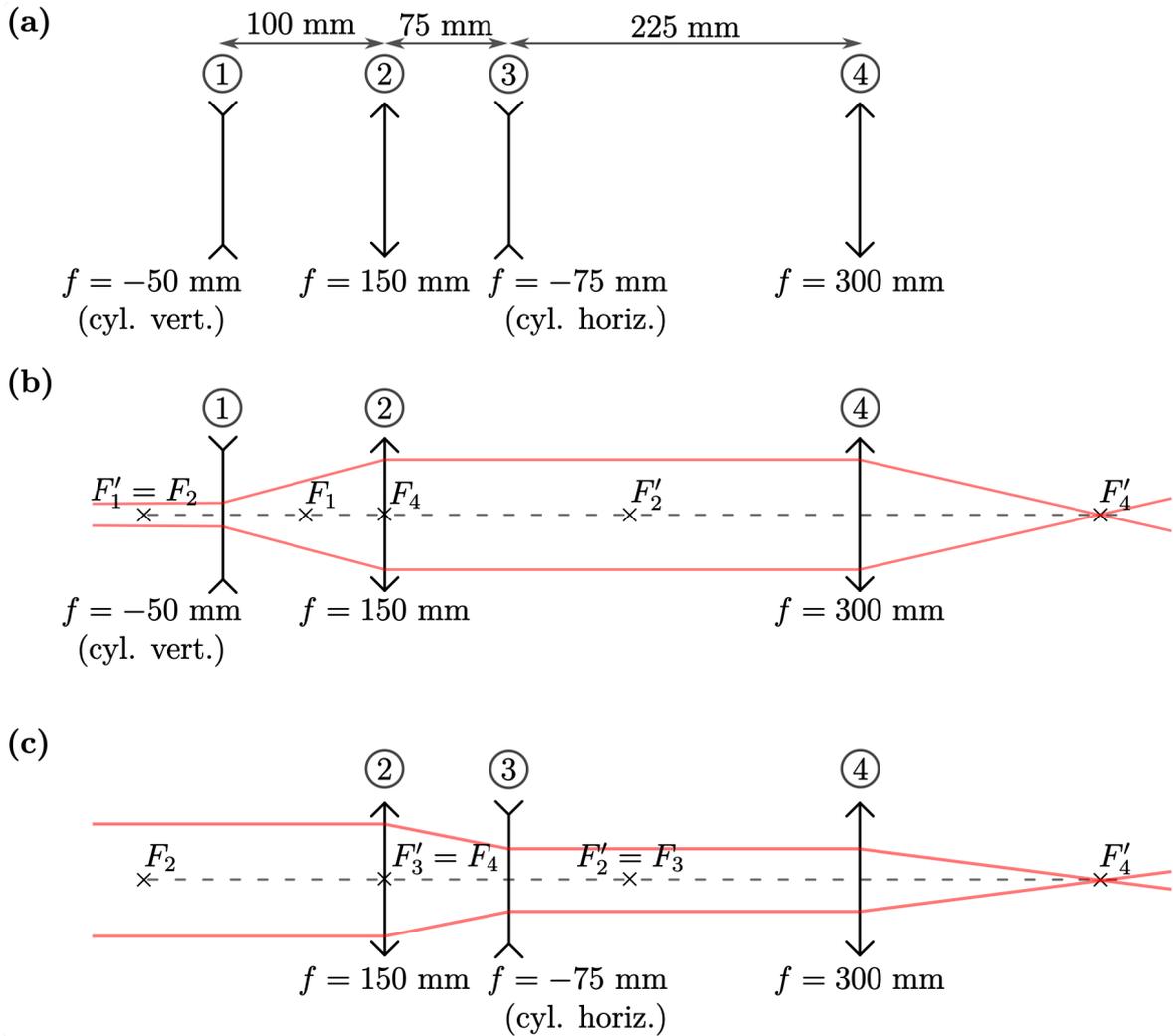


FIGURE 1.31 – (a) L'ensemble des lentilles qui permettent de mettre en forme le faisceau collimaté de waist 910 mm tout en le focalisant sur les atomes de strontium. (b) Les optiques qui déterminent la taille verticale du faisceau réservoir. Une lentille cylindrique de focale -50 mm et une lentille sphérique de focale 150 mm forment un télescope de grandissement 3 selon la direction verticale. Le faisceau est ensuite focalisé sur les atomes par une lentille de focale 300 mm. La lentille cylindrique de focale -50 mm est montée sur une platine de translation. On peut ainsi changer avec précision la position du point focal pour optimiser l'efficacité de collection (le faisceau entre les lentilles 2 et 4 n'est alors plus parfaitement collimaté pour la direction verticale). (c) Les optiques qui déterminent la taille horizontale du faisceau réservoir. La lentille sphérique de focale 150 mm (qui intervenait aussi en (b)) et une lentille cylindrique de focale -75 mm forment un télescope de grandissement 1/2 selon la direction horizontale. Le faisceau est, là encore, focalisé sur les atomes par la lentille de focale 300 mm. La lentille cylindrique de focale -75 mm est elle aussi montée sur une platine de translation.

laser IPG sont séparés de 5 MHz : séparer la fréquence des faisceaux dimple et réservoir de 2,5 MHz permet d'éviter au maximum les interférences entre les deux faisceaux. Pour maximiser l'efficacité de diffraction de cet AOM, il faut que la polarisation du laser à

l'entrée soit horizontale. On place donc une lame  $\lambda/2$  avant l'AOM pour faire tourner la polarisation verticale en sortie du cube polariseur vers l'horizontale.

Le faisceau dimple passe ensuite dans un télescope de grandissement  $\gamma = 6$  constitué de deux lentilles sphériques de focales -50 mm et 300 mm respectivement. Le faisceau a alors un waist d'environ 5,5 mm. Il est réfléchi par un miroir 2" (pour éviter tout "clipping") qui le renvoie à  $30^\circ$  de la verticale, puis focalisé sur les atomes par une lentille de focale 300 mm. Cette lentille a été placée à approximativement 30 cm des atomes en se servant des dimensions de la chambre à vide comme référence.

L'angle de  $30^\circ$  n'est pas arbitraire : une optique 2" placée quasiment au contact du hublot ne bloque pas les faisceaux lasers passant par le centre de la chambre à vide et arrivant à  $30^\circ$  ou plus de la verticale. Les deux hublots CF160 ont donc un traitement de surface permettant de minimiser les pertes pour les faisceaux à 1075 nm arrivant à  $30^\circ$  d'incidence.

Le faisceau entre par le hublot CF160 inférieur avec un angle de  $30^\circ$ . À la sortie du hublot supérieur, il est simplement bloqué par un bloqueur de faisceau.

À l'aide d'un miroir amovible et d'une caméra, nous avons vérifié que le point focal était bien à 30 cm de la lentille, et que son waist valait environ 25  $\mu\text{m}$ .

### 1.11.2 Polarisabilité de l'état fondamental $^1S_0$ du $^{87}\text{Sr}$ , et profondeur du piège dipolaire

On rappelle avant tout que la polarisabilité  $\alpha_g$  de l'état fondamental  $^1S_0$  est liée au déplacement lumineux  $H_{\text{Stark}}$  perçu par un atome dans  $^1S_0$  et plongé dans un champ électrique d'amplitude  $\vec{E}$  par :

$$H_{\text{Stark}} = -\frac{1}{4}\alpha_g E^2 \quad (1.35)$$

La polarisabilité de l'état  $^1S_0$ ,  $\alpha_g$ , est calculée de la façon suivante (voir [28]) :

$$\alpha_g(\omega_L) = 6\pi\epsilon_0 c^3 \sum_k \frac{A_{gk}}{\omega_{gk}^2(\omega_{gk}^2 - \omega_L^2)} \quad (1.36)$$

avec  $\omega_L$  la fréquence du champ électrique,  $A_{gk}$  le taux de transition entre l'état  $k$  et l'état fondamental  $^1S_0$  (noté  $g$  pour *ground*), et  $\omega_{gk}$  la pulsation associée à cette transition. On reproduit dans le tableau 1.5 une version simplifiée du tableau 3.2 de [28], qui donne l'ensemble des transitions utilisées ici pour calculer  $\alpha_g$ . Pour  $\lambda = 1075$  nm, on obtient  $\alpha_g \approx 3.82 \times 10^{-39} \text{ J}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^2$ .

Le déplacement lumineux dû au piège dipolaire dans le plan horizontal contenant les atomes piégés est représenté en figure 1.36.

### 1.11.3 Détermination des fréquences du piège et des waists réels

Pour déterminer les fréquences propres du piège dipolaire, on mesure les oscillations d'un nuage ultrafroid dans notre piège, en flashant l'un des deux faisceaux du piège, puis en regardant les oscillations du centre du nuage. La figure 1.32 décrit la procédure suivie pour ces mesures. Après évaporation, on diminue conjointement les puissances des

TABLE 1.5 – Fréquences et taux de transition utilisés pour le calcul de la polarisabilité  $\alpha_g$  de l'état  $^1S_0$  du  $^{87}\text{Sr}$ .

État excité	$\omega_{gk}$ ( $2\pi \times 10^{15}$ Hz)	$A_T$ ( $\times 10^6 \text{s}^{-1}$ )
$5s5p \ ^1P_1$	4.09	190.5
$5s6p \ ^1P_1$	6.43	1.86
$5s7p \ ^1P_1$	7.33	3.19
$4d5p \ ^1P_1$	7.76	12
$5s8p \ ^1P_1$	7.76	14.9
$5s9p \ ^1P_1$	8.00	11.6
$5s10p \ ^1P_1$	8.16	7.6
$5s11p \ ^1P_1$	8.28	4.88

faisceaux réservoir et dimple du piège dipolaire jusqu'aux puissances respectives  $P_1^{\text{res}}$  et  $P_1^{\text{dim}}$ , avant de recomprimer le piège en  $t_{\text{cpr}} = 200$  ms jusqu'aux puissances  $P_2^{\text{res}}$  et  $P_2^{\text{dim}}$ . On éteint ensuite un des deux faisceaux (la fig. 1.32 représente le cas où on éteint le réservoir) pendant  $t_{\text{release}}$ , avant de le rallumer à  $P_2$ . Le nuage oscille alors dans le piège complet pendant un temps  $t_{\text{osc}}$ . Pour finir, on fait l'image du nuage après un temps de vol  $t_{\text{TOF}}$ .

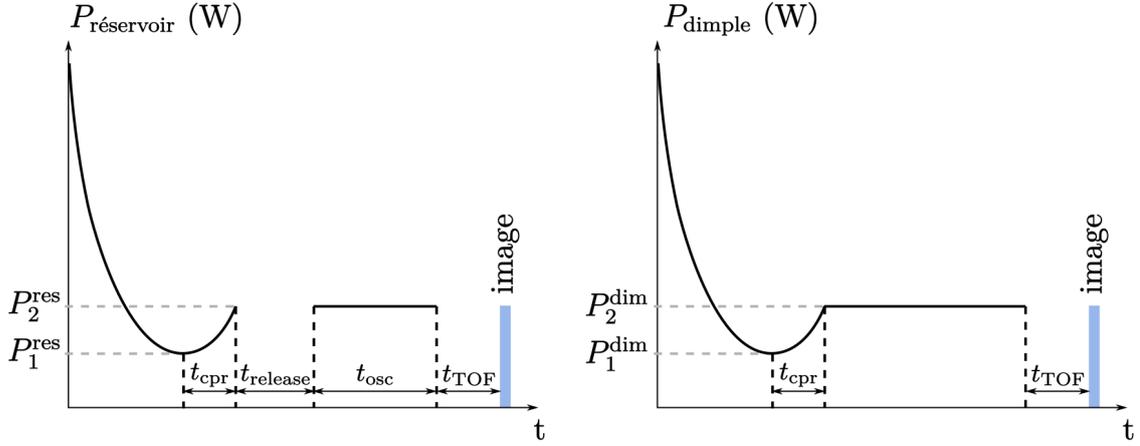


FIGURE 1.32 – Processus expérimental pour la mesure des fréquences du piège. Les différentes étapes ne sont pas à l'échelle.

On trace la position du centre du nuage pour différentes valeurs de  $t_{\text{osc}}$ , et différentes configurations de faisceau. Dans le cas où l'on éteint le piège complet pendant  $t_{\text{release}} = 0.3$  ms et qu'on ne rallume que le faisceau réservoir, on obtient les courbes de la figure 1.33 : le nuage oscille selon l'axe vertical avec une fréquence de 105 Hz pour  $P_2^{\text{res}} = 1.01$  W, et une fréquence de 159 Hz pour  $P_2^{\text{res}} = 1.52$  W. Ces oscillations sont amorties avec des temps caractéristiques respectifs de 52 ms et 62 ms.

Connaissant la valeur du waist horizontal et vertical du faisceau réservoir, on déduit de la fréquence des oscillations (par optimisation numérique) que les atomes sont piégés à environ 3.3 mm du focus du réservoir dans le piège complet à  $P_2^{\text{res}} = 1.52$  W, et que

le waist vertical du réservoir au niveau des atomes vaut  $w_v(z = 3.3 \text{ mm}) = 47 \text{ } \mu\text{m}$ . Le waist horizontal au niveau des atomes vaut  $w_h(z = 3.3 \text{ mm}) = 147 \text{ } \mu\text{m}$  ( $z_{R,h} = 63 \text{ mm}$ ).

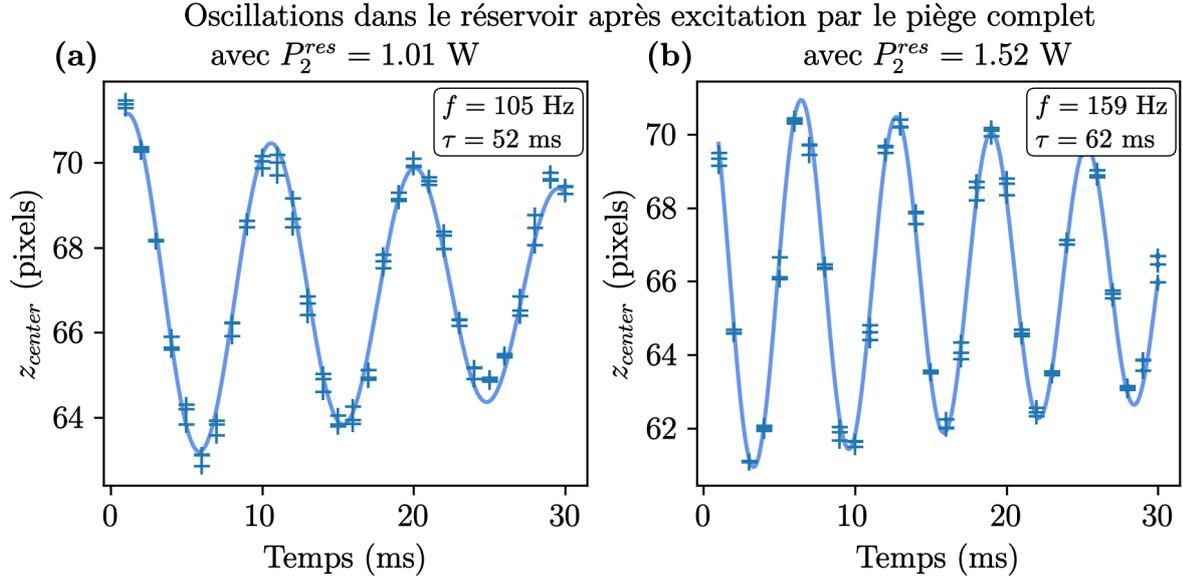


FIGURE 1.33 – Oscillations en présence uniquement du réservoir, où  $z_{\text{center}}$  désigne la position du centre du nuage selon l’axe vertical. (a) Oscillations verticales du centre du nuage ultrafroid dans le réservoir uniquement (dimple éteint) après une recompression en  $t_{\text{osc}} = 500 \text{ ms}$  dans le piège complet avec  $P_2^{\text{res}} = 1.01 \text{ W}$ ,  $P_1^{\text{res}} = 0.973 \text{ W}$ ,  $P_2^{\text{dim}} = 4.73 \text{ W}$  et  $P_1^{\text{dim}} = 3.36 \text{ W}$ , puis une extinction du piège complet pendant  $t_{\text{release}} = 0.3 \text{ ms}$ . (b) Oscillations verticales du centre du nuage ultrafroid dans le réservoir uniquement (dimple éteint) après une recompression en  $t_{\text{osc}} = 500 \text{ ms}$  dans le piège complet avec  $P_2^{\text{res}} = 1.52 \text{ W}$ ,  $P_1^{\text{res}} = 1.50 \text{ W}$ ,  $P_2^{\text{dim}} = 4.73 \text{ W}$  et  $P_1^{\text{dim}} = 3.36 \text{ W}$ , puis une extinction du piège complet pendant  $t_{\text{release}} = 0.3 \text{ ms}$ .

On réalise ensuite une expérience similaire, en laissant cette fois-ci les atomes osciller dans le piège complet après avoir flashé soit le réservoir, soit le dimple. On obtient alors les courbes de la figure 1.34.

On réalise une nouvelle optimisation à partir de ces courbes : on cherche à déterminer la position des waists du faisceau dimple par rapport aux atomes permettant de retrouver les fréquences mesurées sur la figure 1.34.

On suppose pour cela que :

- les axes optiques du dimple et du réservoir se croisent.
- les deux waists du dimple ne sont pas à la même distance du nuage (astigmatisme) mais sont égaux.

On en déduit que l’un des waists est à  $4.5 \text{ mm}$  des atomes, et l’autre à  $7 \text{ mm}$  des atomes. On peut alors tracer le potentiel dipolaire selon différents axes passant par le minimum local de potentiel, où les atomes sont piégés. On constate ainsi qu’à haute puissance des faisceaux laser et réservoir, c’est le sag gravitationnel qui limite la profondeur du piège dipolaire (voir fig. 1.35). À  $P_2^{\text{res}} = 1.52 \text{ W}$ , le piège dipolaire a une profondeur selon la verticale de  $U_{\text{dip}} = 144 \text{ kHz}$ , soit  $6.9 \text{ } \mu\text{K}$ .

Le déplacement lumineux dû au piège dipolaire dans un plan horizontal contenant le minimum de potentiel est représenté en figure 1.36.

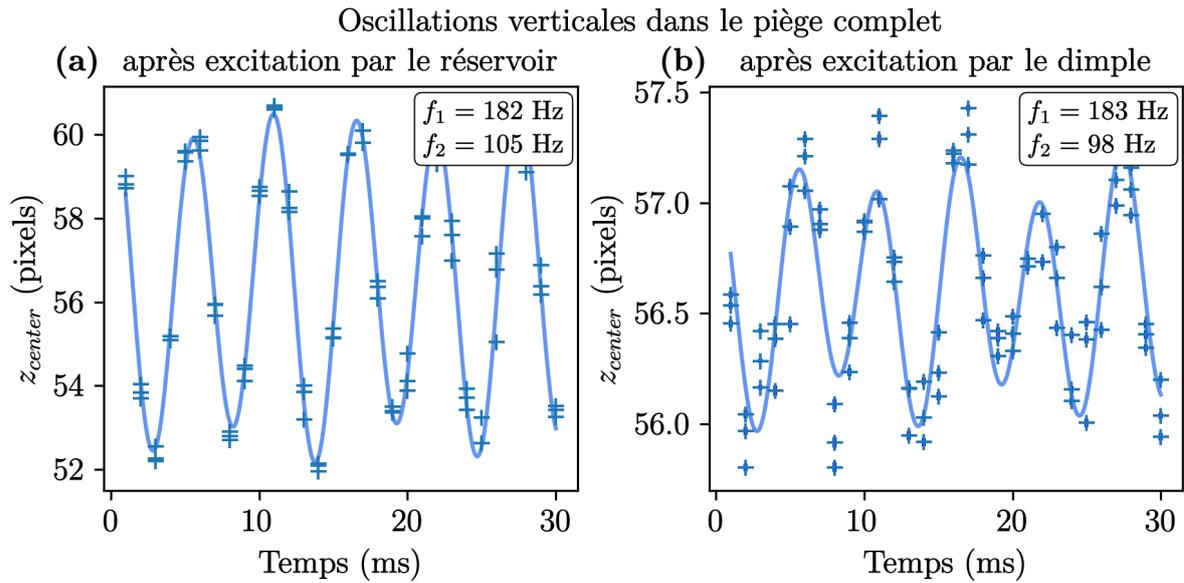


FIGURE 1.34 – Fréquences d’oscillation dans le piège, où  $z_{\text{center}}$  désigne la position du centre du nuage selon l’axe vertical. (a) Oscillations verticales du centre du nuage ultrafroid dans le piège complet (dimple et réservoir) après avoir éteint le réservoir pendant  $t_{\text{release}} = 0.3$  ms, avec  $P_2^{\text{res}} = 1.52$  W,  $P_1^{\text{res}} = 1.50$  W,  $P_2^{\text{dim}} = 4.73$  W et  $P_1^{\text{dim}} = 3.36$  W (b) Oscillations verticales du centre du nuage ultrafroid dans le piège complet (dimple et réservoir) après avoir éteint le dimple pendant  $t_{\text{release}} = 0.8$  ms, avec  $P_2^{\text{res}} = 1.52$  W,  $P_1^{\text{res}} = 1.50$  W,  $P_2^{\text{dim}} = 4.73$  W et  $P_1^{\text{dim}} = 3.36$  W.

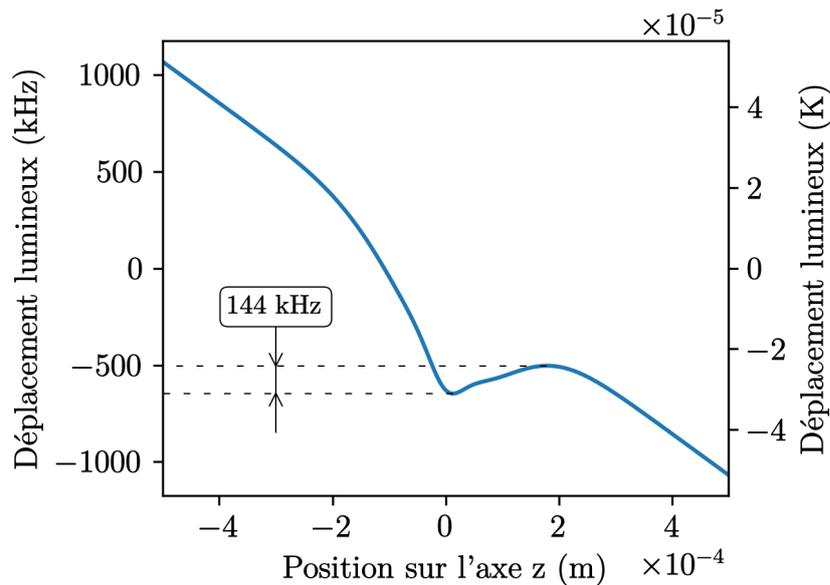


FIGURE 1.35 – Profil du piège dipolaire le long de l’axe vertical passant par les atomes.

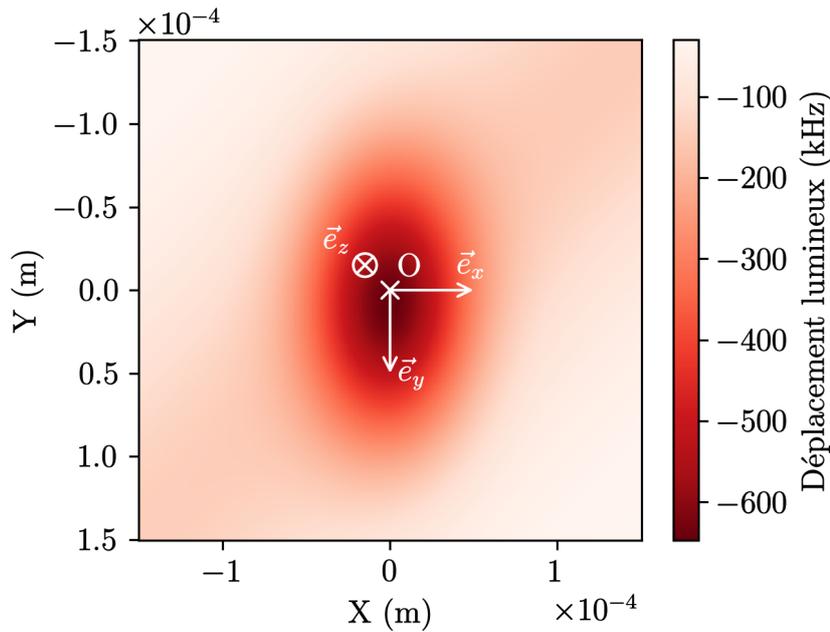


FIGURE 1.36 – Profil du piège dans le plan horizontal contenant le nuage atomique. Le repère  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  correspond à celui représenté, e.g., sur la fig. 1.24 ; les atomes ne sont cependant pas dans le plan contenant  $O$ .

## 1.12 Les réseaux optiques à 532 nm

Cette section décrit les montages optiques et la géométrie des réseaux à 532 nm que j'ai assemblés durant ma thèse. Les réseaux à 532 nm sont deux réseaux 1D envoyés à  $16^\circ$  de l'horizontale dans la chambre à vide, par des hublots à  $90^\circ$  l'un de l'autre (voir fig. 1.38). Ils forment un réseau carré de pas  $0.28 \mu\text{m}$  dans le plan horizontal, que nous décrirons en détail dans la suite.

Les réseaux à 532 nm sont utilisés en conjonction avec un réseau 1D vertical à 1064 nm, décrit en détail dans la partie 1.13. Leur combinaison permet de générer une superposition de réseaux 2D selon la verticale. Le faisceau 1064 nm sera aussi utilisé pour créer un réseau à double puits en le superposant au 532 nm.

Un troisième réseau 1D à 689 nm est superposé avec l'un des réseaux 1D à 532 nm et permet, grâce à l'incommensurabilité entre les deux pas du réseau, de créer un réseau désordonné et spin-dépendant. Il est décrit en détail dans la partie 1.14.

### 1.12.1 Schéma optique

Un laser ALS fibré génère un faisceau à 1064 nm, et, par doublage de fréquence, un faisceau à 532 nm. Les deux faisceaux ont donc la même phase à tout instant : cela est fondamental pour la stabilité du réseau à double puits que l'on compte réaliser, qui est la superposition d'un réseau à 532 nm et d'un réseau à 1064 nm. Je décrirai plus en détail ce réseau dans la suite.

Avant d'être couplés dans des fibres et envoyés sur la chambre à vide, les lasers sont préparés sur une table optique décrite en fig. 1.37. Le faisceau à 532 nm est séparé en deux et envoyé dans deux AOMs, dits "Autonome 5" et "Autonome 6". Ce sont

respectivement l'ordre -1 (avec  $f_{Aut5}^{RF} = 110$  MHz) et l'ordre +1 (avec  $f_{Aut6}^{RF} = 110$  MHz) qui sont ensuite couplés dans des fibres haute puissance et envoyés sur la chambre à vide. Les deux AOMs permettent de réaliser une séparation en fréquence entre les deux réseaux 1D à 532 nm que l'on crée, afin d'éviter qu'ils interfèrent.

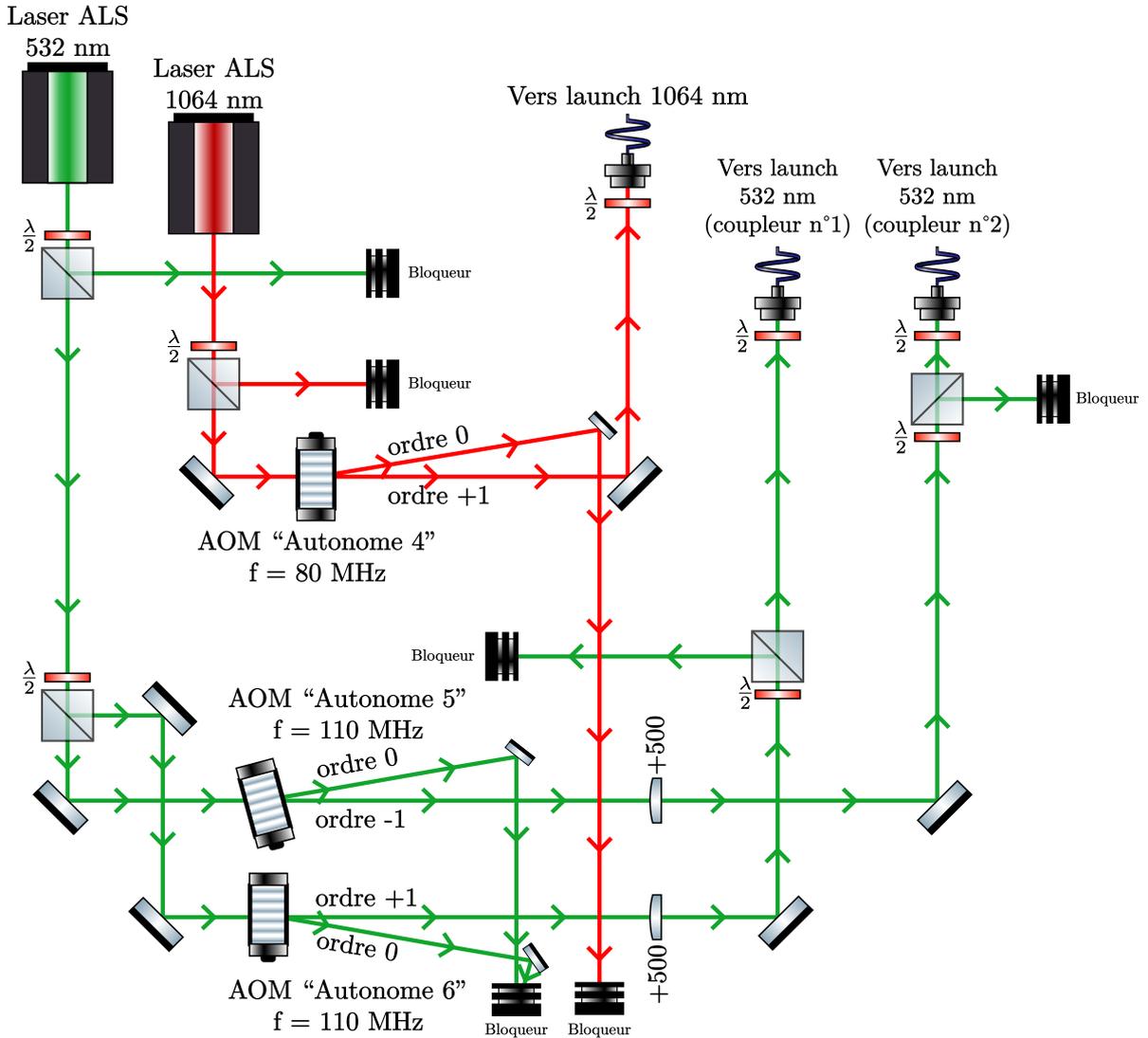


FIGURE 1.37 – Préparation des lasers à 532 nm et 1064 nm.

**Envoi des faisceaux 532 nm sur la chambre à vide :** Les sorties des fibres 532 nm sont montées sur deux plaques filetées. La plaque filetée verticale, la plus proche du ralentisseur Zeeman, est suspendue à la table optique supérieure, et orientée à  $16^\circ$  de l'horizontale.

Sur les deux plaques, le montage est le même : un cube polariseur permet, en combinaison avec une lame  $\frac{\lambda}{4}$  placée juste avant la chambre à vide, d'envoyer le faisceau rétro-réfléchi dans un bloqueur. Le cube polariseur, en combinaison avec une lame  $\frac{\lambda}{2}$ , permet aussi de modifier la puissance transmise, d'où la présence d'un deuxième bloqueur de faisceau. Ce bloqueur arrête aussi d'éventuelles fuites en réflexion du cube

dues à des fluctuations de polarisation résiduelles en sortie de la fibre à maintien de polarisation.

Le faisceau en sortie du coupleur n°1 est ensuite focalisé par une lentille convergente de focale 300 mm (à 850 nm), puis envoyé dans la chambre à vide par un des hublots CF16 inférieurs, qui est à 16° de l'horizontale, et à 22.5° de l'axe  $\vec{e}_x$  (l'axe du Zeeman). Nous avons déterminé, avant d'envoyer le faisceau sur la chambre, qu'il a un waist d'environ 114  $\mu\text{m}$  ( $z_R \approx 78$  mm) à 253 mm de la lentille de focale 300 mm (à 850 nm) : la lentille est donc placée à environ 25 cm du centre de la chambre à vide.

Le faisceau ressort par un CF16 supérieur, après lequel il est rétro-réfléchi. Une lentille de focale  $f = 300$  mm identique à celle à l'entrée de la chambre est placée avant le miroir de rétro-réflexion, elle aussi à environ 25 cm du centre de la chambre à vide : le faisceau incident et le faisceau rétro-réfléchi sont donc bien superposés sur les atomes. Le vecteur d'onde  $\vec{k}_{532}^1$  du faisceau 532 n°1 sur les atomes peut donc s'exprimer  $\vec{k}_{532}^1 = \frac{2\pi}{532 \text{ nm}} [\cos(16^\circ) \sin(67.5^\circ) \vec{e}_x + \cos(16^\circ) \cos(22.5^\circ) \vec{e}_y - \sin(16^\circ) \vec{e}_z]$ , où la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , notre base habituelle de référence pour la chambre à vide, est représentée sur la fig. 1.38.

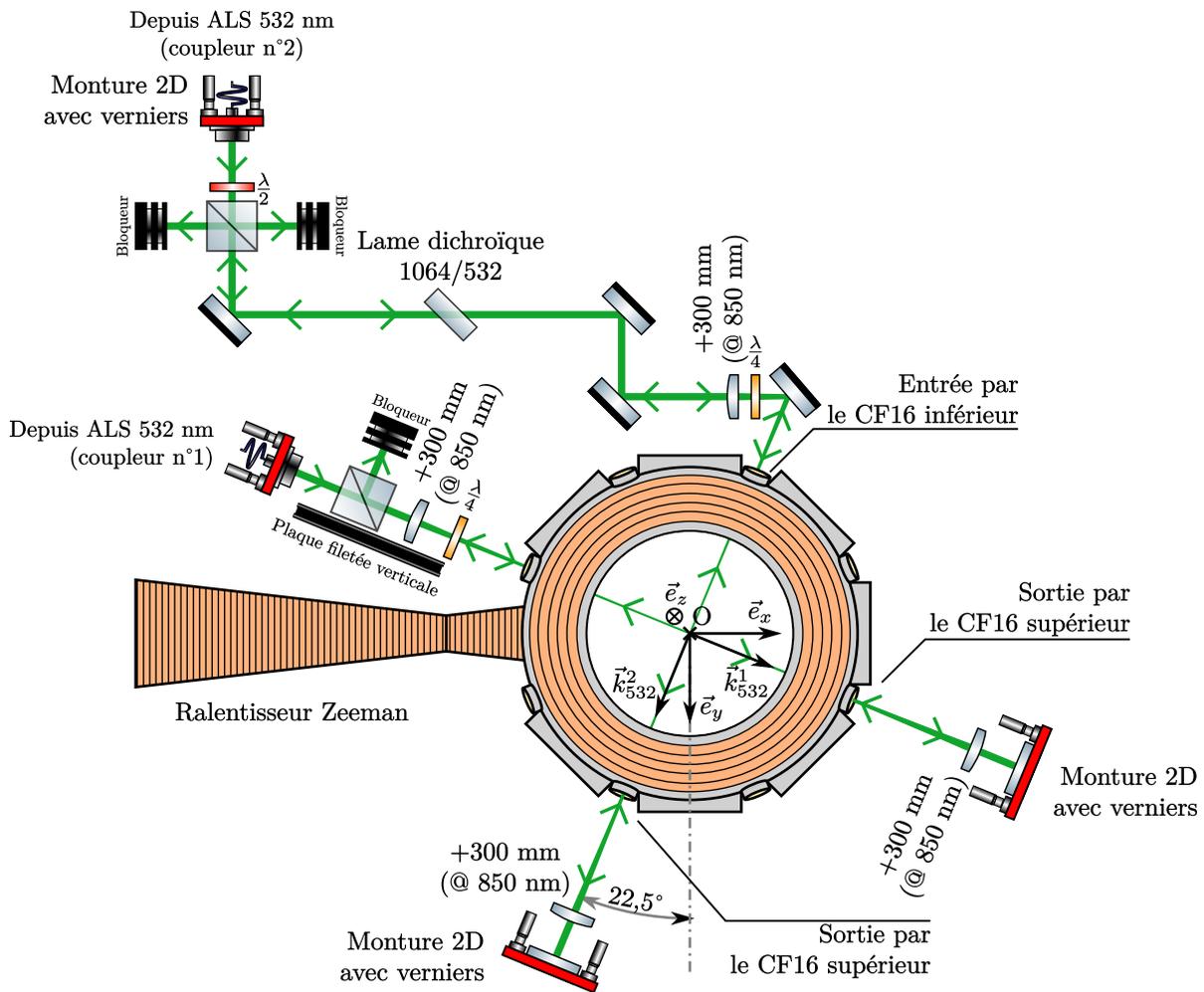


FIGURE 1.38 – Directions des faisceaux 532 nm sur la chambre à vide principale.

Le faisceau en sortie du coupleur n°2 suit un parcours analogue à celui du faisceau n°1. On mesure un waist d'environ 141  $\mu\text{m}$  ( $z_R \approx 117$  mm) à 266 mm de la lentille de focale 300 mm (à 850 nm). Les deux lentilles de focale 300 mm sont donc placées à 266

mm du centre de la chambre à vide pour le faisceau n°2. Le faisceau n°2 est envoyé dans la chambre à vide par un des hublots CF16 inférieurs, à  $16^\circ$  de l'horizontale, et à  $22.5^\circ$  de l'axe  $\vec{e}_y$ . Le vecteur d'onde  $\vec{k}_{532}^2$  du faisceau 532 n°2 sur les atomes peut donc s'exprimer  $\vec{k}_{532}^2 = \frac{2\pi}{532 \text{ nm}} [-\cos(16^\circ) \sin(22.5^\circ) \vec{e}_x + \cos(16^\circ) \cos(22.5^\circ) \vec{e}_y - \sin(16^\circ) \vec{e}_z]$

On a donc deux réseaux 1D de directions respectives  $\vec{k}_{532}^1$  et  $\vec{k}_{532}^2$ . Dans un plan horizontal  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ , leur superposition crée un réseau carré de pas  $\frac{532 \text{ nm}}{2 \cos(16^\circ)} = 0.28 \mu\text{m}$ .

Un montage analogue à celui de la fig. 1.38, mais pour le faisceau 1064 nm, est déjà monté sur les plaques, en parallèle du 532 nm, et permettra de créer un réseau de double puits 1064/532, comme décrit dans l'introduction de cette section. Une lame dichroïque 1064/532 permet de superposer ces deux faisceaux. Ce réseau double puits n'est pour le moment pas fonctionnel, nos efforts s'étant concentrés sur le réseau désordonné 532/689, décrit dans la partie 1.14.

### 1.12.2 Chargement du réseau à 532 nm

Nous sommes parvenus à charger le réseau à 532 nm et à faire l'image des bandes.

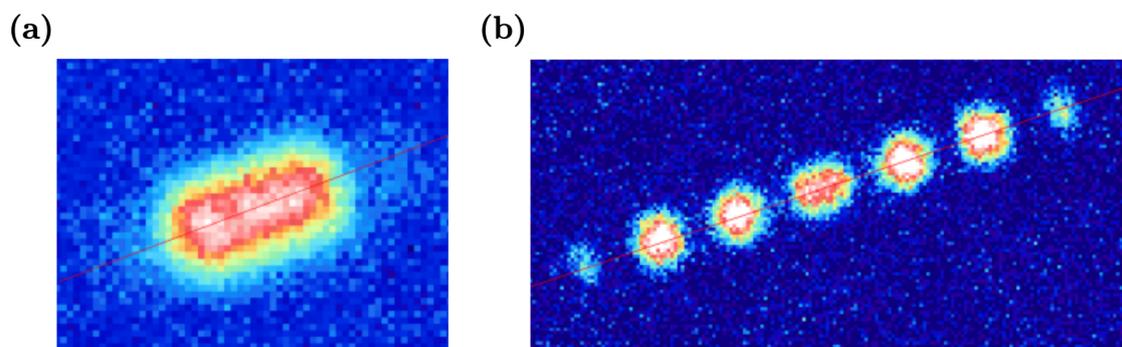


FIGURE 1.39 – (a) Image par band mapping du réseau à 532 nm selon une direction. (b) Image par diffraction du réseau à 532 nm.

## 1.13 Les réseaux optiques à 1064 nm

Cette section décrit les montages optiques et la géométrie des réseaux à 1064 nm que j'ai assemblés durant ma thèse.

Le réseau à 1064 nm est créé par deux faisceaux non-rétro réfléchis, qui se propagent dans le même plan vertical mais sont à  $\pm 16^\circ$  de l'horizontale (voir fig. 1.40). Ils forment un réseau 1D vertical de pas  $1.93 \mu\text{m}$  qui assure le confinement vertical des atomes piégés dans les réseaux à 532 nm décrits dans la partie 1.12, créant ainsi une superposition de réseaux 2D horizontaux.

Pour une puissance de 4W par faisceau, les puits du réseau 1D vertical à 1064 nm ont une profondeur typique d'environ  $100 \mu\text{K}$  (soit environ 2 MHz, ou  $10^3 \times E_r(1064 \text{ nm})$ ).

### 1.13.1 Schéma optique

Le faisceau 1064 nm est préparé sur la table optique représentée en fig. 1.37, dont on a décrit la partie concernant le laser 532 nm dans la partie 1.12.1. Le faisceau 1064

est simplement envoyé dans un AOM dit "Autonome 4", dont l'ordre +1 (avec  $f_{Aut4}^{RF} = 80$  MHz) est ensuite couplé dans une fibre haute puissance.

En sortie de la fibre haute puissance, le faisceau passe d'abord par un cube polariseur, qui permet là encore de contrôler la puissance du faisceau transmis et de filtrer les fluctuations de polarisations résiduelles en sortie de fibre. Il passe ensuite dans un télescope cylindrique de grandissement 3 selon l'horizontale, puis dans un périscope (voir fig. 1.40 (a)). Il est ensuite focalisé par une lentille de focale 395 mm, puis séparé en deux par un cube polariseur. Les deux faisceaux ainsi obtenus, notés dans la suite "ascendant" et "descendant", sont envoyés dans la chambre à vide par deux hublots CF16 situés dans le même plan vertical (à  $22,5^\circ$  de l'axe  $\vec{e}_y$ ) et à  $\pm 16^\circ$  du plan horizontal ( $0, \vec{e}_x, \vec{e}_y$ ) (voir fig. 1.40 (b)). Ils interfèrent au centre de la chambre à vide, créant un réseau vertical de pas  $\frac{1064 \text{ nm}}{2 \sin(16^\circ)} = 1.93 \mu\text{m}$  (voir fig. 1.43), puis sont envoyés sur un bloqueur de faisceau en ressortant de la chambre à vide.

Ce montage optique a été choisi pour minimiser tout changement de chemin optique non-corrélé entre le faisceau ascendant et le faisceau descendant : en l'état, seules des vibrations des deux derniers miroirs et du cube polariseur peuvent induire une différence de chemin optique entre les deux faisceaux. Cela permet donc de limiter les vibrations du réseau 1064 nm dans l'espace.

On note  $\vec{k}_{desc}$  le vecteur d'onde du faisceau descendant (resp.  $\vec{k}_{asc}$  celui du faisceau ascendant), et  $\vec{k}_{\perp desc}$  (resp.  $\vec{k}_{\perp asc}$ ) le premier vecteur orthogonal à  $\vec{k}_{desc}$  (resp.  $\vec{k}_{asc}$ ) compris dans le plan vertical ( $\vec{e}_z, \vec{e}_{1064}$ ) (voir fig. 1.40). On a alors :

$$\vec{k}_{desc} = \frac{2\pi}{1064 \text{ nm}} [-\cos(16^\circ) \sin(22.5^\circ) \vec{e}_x - \cos(16^\circ) \cos(22.5^\circ) \vec{e}_y + \sin(16^\circ) \vec{e}_z]$$

$$\text{et } \vec{k}_{asc} = \frac{2\pi}{1064 \text{ nm}} [-\cos(16^\circ) \sin(22.5^\circ) \vec{e}_x - \cos(16^\circ) \cos(22.5^\circ) \vec{e}_y - \sin(16^\circ) \vec{e}_z]$$

En sortie du périscope, le grand axe de l'ellipse du faisceau, initialement horizontal, devient vertical. Sur les atomes (au point focal de la lentille  $f = 395$  mm), c'est l'inverse : le grand axe de l'ellipse du faisceau est horizontal (i.e. selon  $\vec{k}_{desc} \perp \vec{k}_{\perp desc}$ ). On mesure un waist horizontal de  $104 \mu\text{m}$  ( $z_R = 32.0$  mm) et un waist "vertical" (i.e. selon  $\vec{k}_{\perp desc}$  ou  $\vec{k}_{\perp asc}$ ) de  $47 \mu\text{m}$  ( $z_R = 6.5$  mm), tous les deux à 418 mm de la face avant de la lentille convergente, qui est donc placée à cette distance du centre de la chambre à vide. La mesure a été faite grâce à un miroir amovible situé avant le cube polariseur : on suppose donc que le résultat est vrai pour les faisceaux ascendant et descendant.

Projeté dans un plan horizontal, le waist "vertical" vaut donc  $\frac{47 \mu\text{m}}{\sin(16^\circ)} = 170 \mu\text{m}$ , et le potentiel créé par les faisceaux 1064 nm dans un plan horizontal est donc assez isotrope.

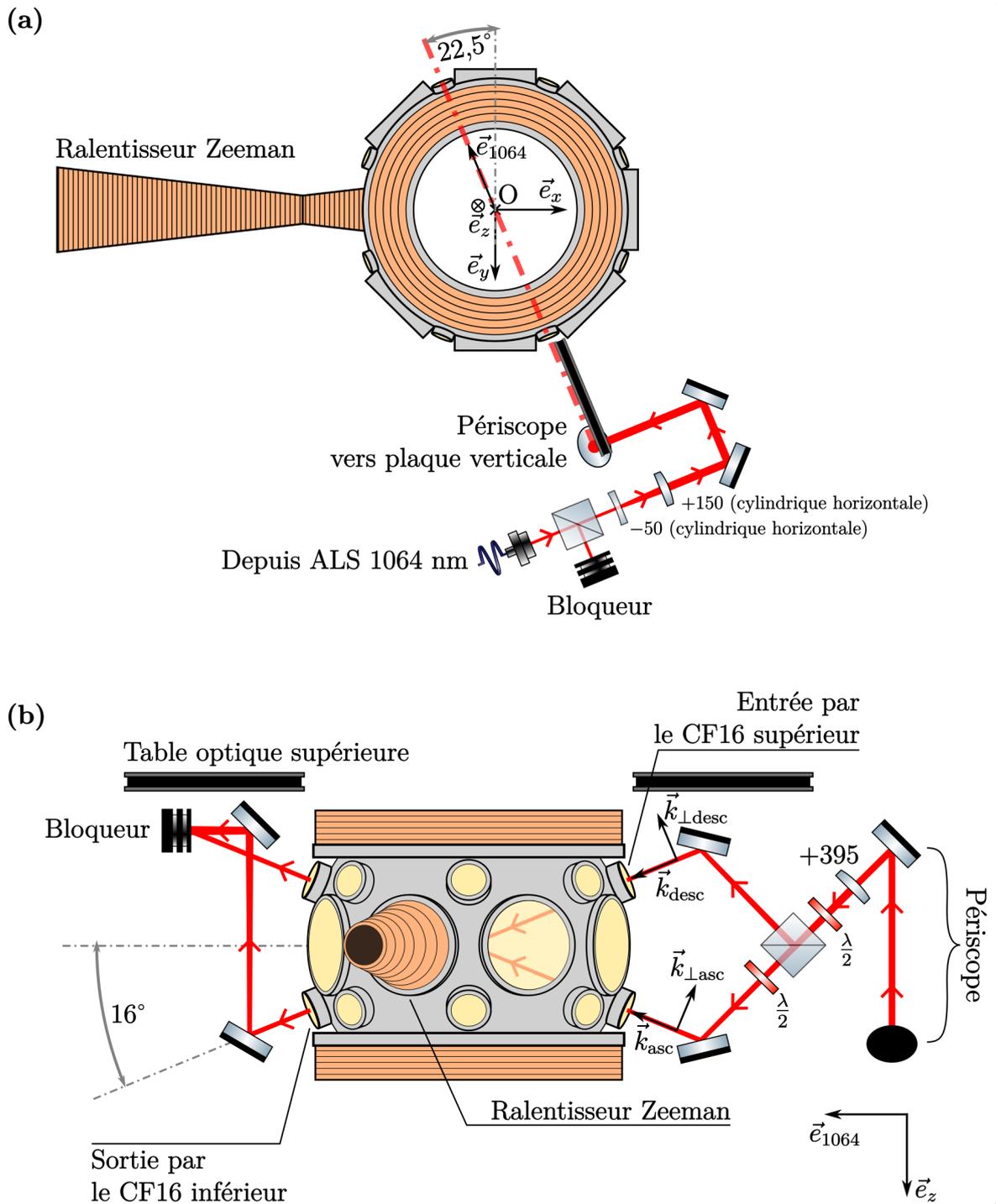


FIGURE 1.40 – (a) Trajet des faisceaux utilisés pour le réseau à 1064 nm, en vue de dessus. (b) Trajet des faisceaux utilisés pour le réseau à 1064 nm, en vue de côté. Toutes les optiques représentées sur la droite de la chambre à vide sont fixées sur une plaque filetée verticale.

## 1.14 Les réseaux optiques à 689 nm

### 1.14.1 Schéma optique

La figure 1.41 représente le chemin optique suivi par le laser Moglabs avant son injection dans les fibres, en restant fidèle au montage réel.

Le faisceau Moglabs est séparé en trois : un premier faisceau est injecté directement dans une fibre qui l'envoie jusqu'au montage de la fig. 1.23, qui permet d'asservir le laser Moglabs en fréquence grâce à un battement avec le laser maître rouge Radiant Dyes.

Les deux autres faisceaux sont envoyés vers deux AOM montés en double passage, tous les deux alimentés par une fréquence RF de 110 MHz. Ces faisceaux sont injectés dans des fibres puis envoyés sur la chambre à vide.

Les deux sont envoyés sur la chambre à vide, quasi-colinéaires avec le faisceau ascendant à 1064 nm (voir fig. 1.40 (b)). Le premier faisceau a une puissance de  $\sim 6$  mW et est rétro-réfléchi : il forme un réseau 1D à 689 nm, qui, combiné dans le plan horizontal avec le réseau carré à 532 nm, crée un potentiel désordonné et dépendant du spin, décrit sur la figure 1.44 (le désordre a en fait une périodicité d'environ 10 sites).

Le second faisceau a une puissance de  $\sim 6$   $\mu$ W et n'est pas rétro-réfléchi. Il sert, en combinaison avec les faisceaux du réseau à 689 nm, à piloter des transitions Raman entre deux sous-états de spin du fondamental.

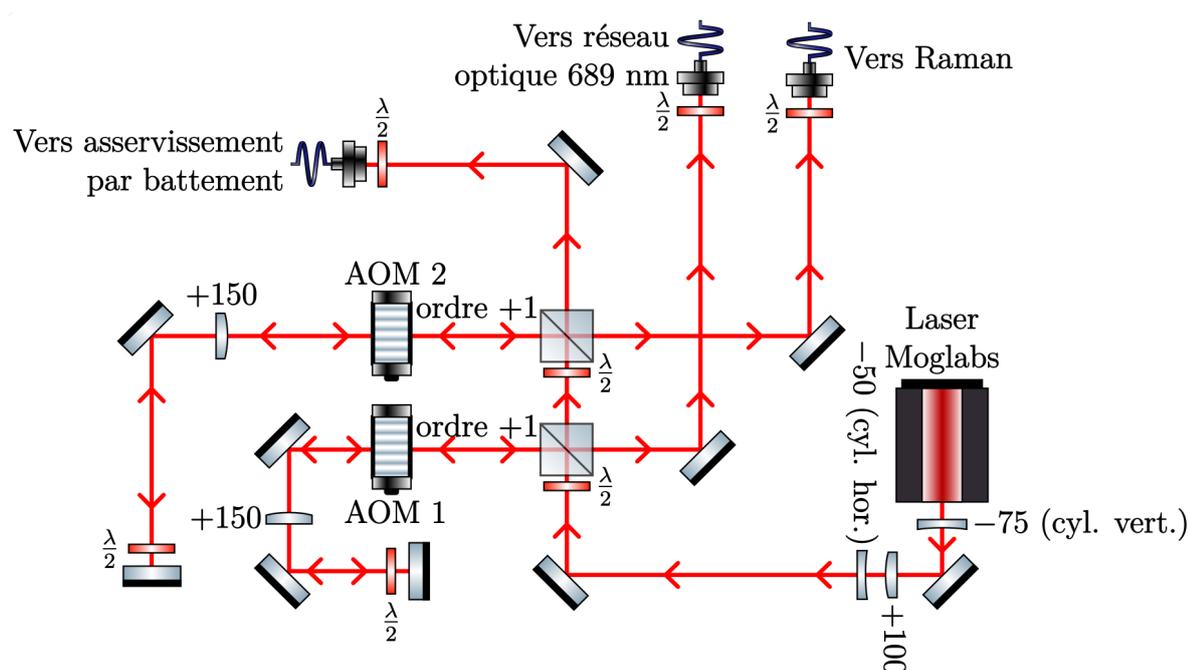


FIGURE 1.41 – Préparation du laser Moglabs à 689 nm.

### 1.14.2 Réseau optique total

Les figures 1.42, 1.43 et 1.44 représentent, sous plusieurs angles d'observation, le potentiel total créé par la combinaison des réseaux à 532 nm, 1064 nm et 689 nm, tracé pour les valeurs des waists mentionnées dans les parties précédentes.

Pour les lasers à 532 nm et 1064 nm, la polarisabilité de l'état fondamental est indépendante du spin et vaut, respectivement :

$$\alpha_g(532 \text{ nm}) = 1.23 \times 10^{-38} \text{ m}^2 \cdot \text{C}^2 \cdot \text{J}^{-1} \quad (1.37)$$

$$\alpha_g(1064 \text{ nm}) = 3.84 \times 10^{-39} \text{ m}^2 \cdot \text{C}^2 \cdot \text{J}^{-1} \quad (1.38)$$

selon l'expression de l'éq. (1.36). Le potentiel du réseau est calculé à partir de l'équation (1.35).

C'est la raie à 461 nm qui contribue de façon dominante à la polarisabilité de l'état fondamental pour les lasers à 532 et 1064 nm. On retrouve des valeurs très proches, resp.  $\alpha_g(532 \text{ nm}) = 1.22 \times 10^{-38} \text{ m}^2 \cdot \text{C}^2 \cdot \text{J}^{-1}$  et  $\alpha_g(1064 \text{ nm}) = 3.74 \times 10^{-39} \text{ m}^2 \cdot \text{C}^2 \cdot \text{J}^{-1}$ , en prenant l'expression simplifiée suivante [54] :

$$-2\epsilon_0 c \times -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega_L} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega_L} \right) \quad (1.39)$$

avec  $\Gamma = 2\pi \times 30 \text{ MHz}$  et  $\omega_0 = \frac{2\pi c}{461 \text{ nm}}$  respectivement la largeur de transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  et la pulsation associée, et  $\omega_L = \frac{2\pi c}{532 \text{ nm}}$  (resp.  $\frac{2\pi c}{1064 \text{ nm}}$ ) la pulsation du laser.

Le réseau à 689 nm, lui, est quasi-résonant avec la structure hyperfine du niveau  $^3P_1$ . Par conséquent, les polarisabilités (et donc le potentiel) sont dépendantes du spin, et de la fréquence précise du laser. Les polarisabilités obtenues pour un désaccord de 500 MHz dans le rouge par rapport à la transition "Stir"  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1, F = 9/2$  (typique pour notre expérience) sont référencées dans le tableau 1.6.

TABLE 1.6 – Polarisation des différents états  $m_F$  du  $^1S_0$  pour un laser à 689 nm désaccordé de 500 MHz dans le rouge de la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1, F = 9/2$ .

État $m_F$	Polarisabilité ( $\text{m}^2 \cdot \text{C}^2 \cdot \text{J}^{-1}$ )
$\pm 9/2$	$1.16 \times 10^{-36}$
$\pm 7/2$	$6.33 \times 10^{-37}$
$\pm 5/2$	$1.97 \times 10^{-37}$
$\pm 3/2$	$-8.09 \times 10^{-38}$
$\pm 1/2$	$-2.22 \times 10^{-37}$

Une puissance de 700 mW pour chacun des deux faisceaux à 532 nm permet d'assurer une profondeur du réseau horizontal à 532 nm de l'ordre de  $40 \times E_r(532 \text{ nm})$ , avec  $E_r(532 \text{ nm}) = 8.1 \text{ kHz}$ .

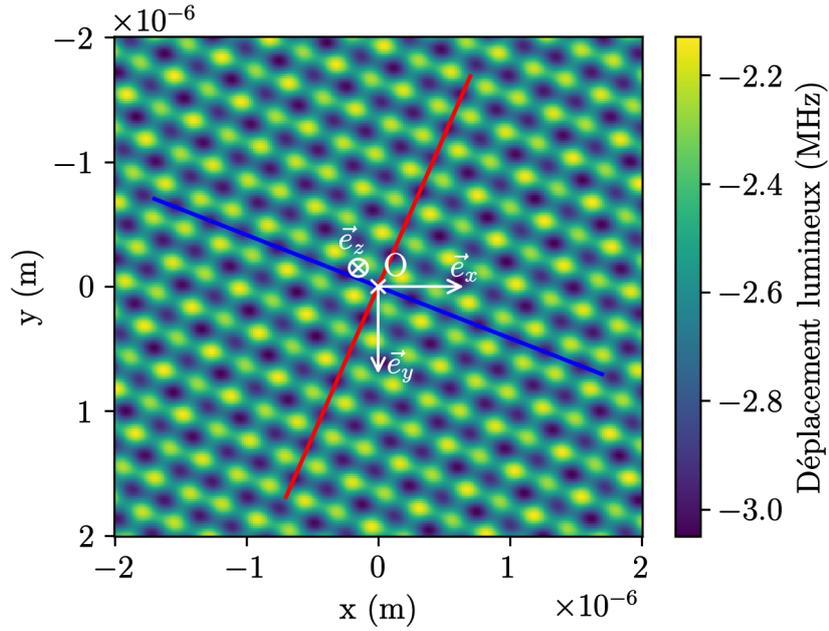


FIGURE 1.42 – Potentiel total créé par la combinaison des faisceaux à 532 nm, 689 nm et 1064 nm, perçu par un atome dans l'état  $m_F = \pm 9/2$  du fondamental, dans un plan horizontal pour  $z = 0$ . Le repère  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  est le repère habituel de référence pour la chambre à vide, utilisé sur toutes les autres figures.

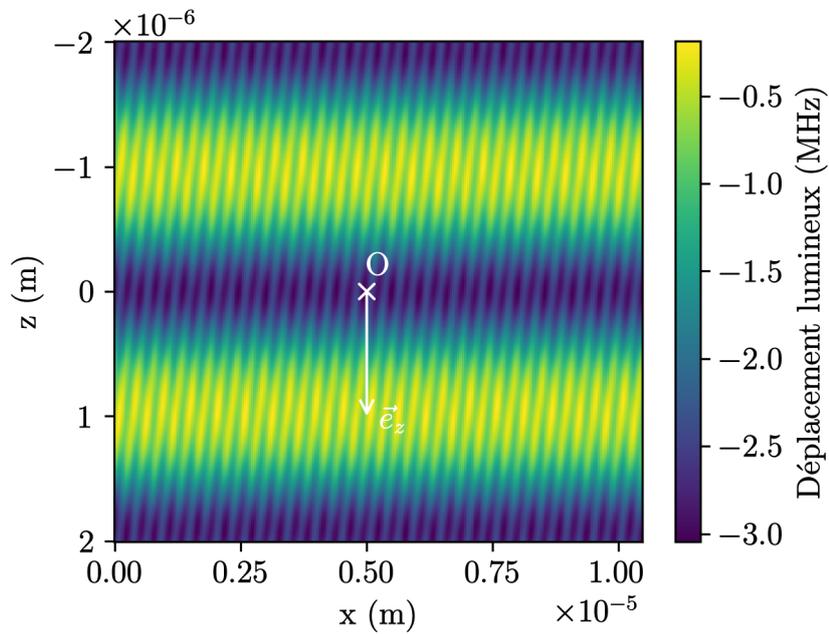


FIGURE 1.43 – Potentiel total créé par la combinaison des faisceaux à 532 nm, 689 nm et 1064 nm, perçu par un atome dans l'état  $m_F = \pm 9/2$  du fondamental, dans un plan vertical contenant la ligne rouge de la figure 1.42.

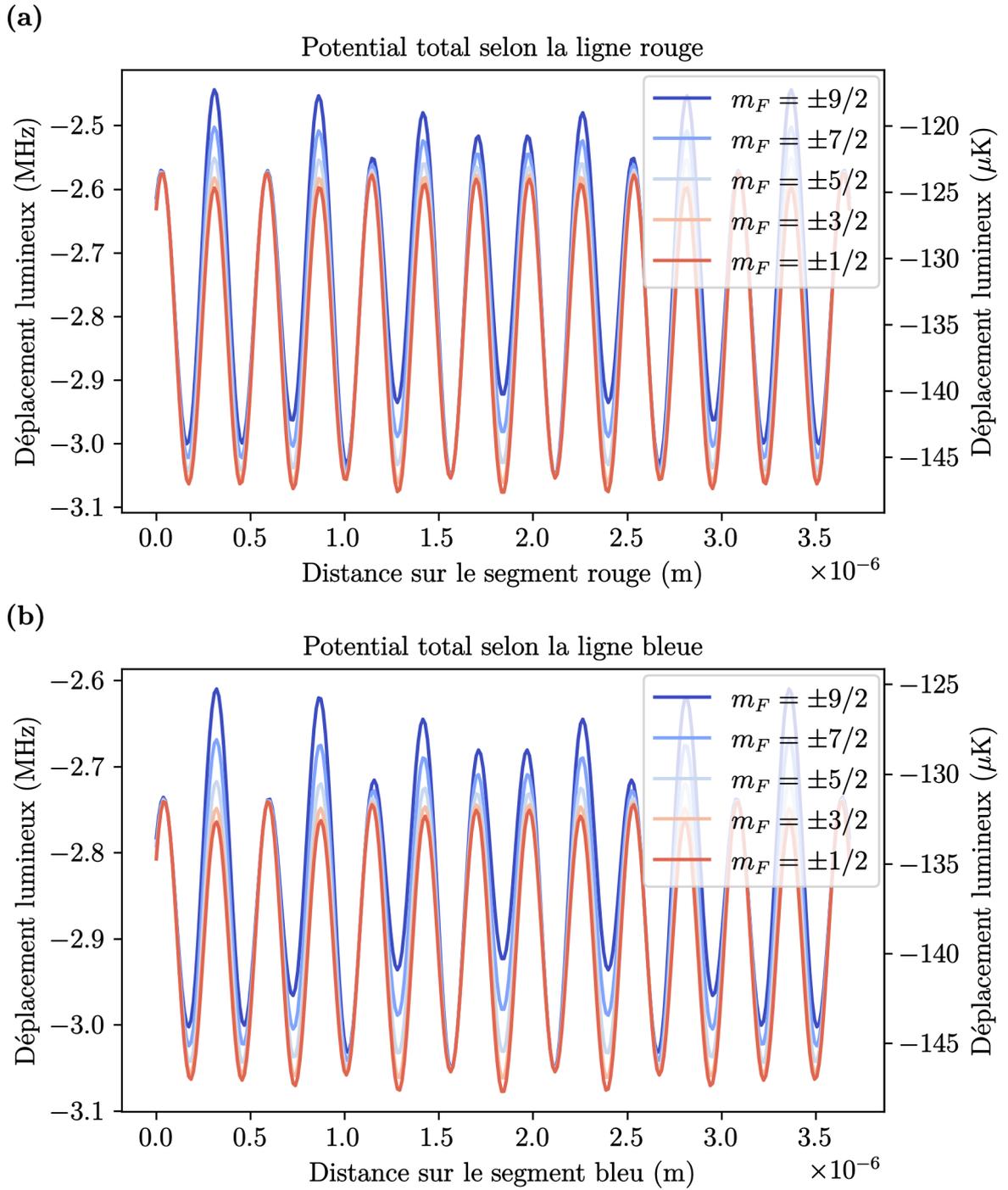


FIGURE 1.44 – Potential total créé par la combinaison des faisceaux à 532 nm, 689 nm et 1064 nm pour chacun des différents sous-états  $m_F$  du fondamental, selon le segment rouge (fig. (a)) et le segment bleu (fig. (b)) de la figure 1.42. Ces deux potentiels sont représentés sur la "période d'incommensurabilité" entre le réseau à 532 nm et celui à 689 nm dans un plan horizontal, et qui comprend une dizaine de sites. Le motif de ce réseau total "désordonné" se répète ensuite.

## 1.15 L'imagerie

### 1.15.1 Imagerie du nuage dans un plan vertical : schéma optique

Le montage optique permettant de faire l'image par absorption ou fluorescence de nos nuages atomiques est représenté en fig. 1.45. On utilise pour cela la raie large à 461 nm,  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$ . Un faisceau laser bleu à la fréquence  $f_{\text{Image}}$  (voir fig. 1.4) passe par un télescope de grandissement 3, est polarisé circulairement par une lame  $\frac{\lambda}{4}$ , puis, enfin, est envoyé sur la chambre à vide selon l'axe  $\vec{e}_x$ .

À la sortie de la chambre, un couple de lentilles convergentes (la première est, plus exactement, un doublet Achroma d'ouverture numérique 0.08) de focale 150 mm en montage f-2f-f (la première lentille est à 150 mm des atomes, les deux lentilles sont séparées de 300 mm, et enfin la deuxième lentille est à 150 mm de la caméra) fait l'image des atomes sur une caméra sCMOS PCO Panda 4.2 (taille d'un pixel :  $6.5 \mu\text{m} \times 6.5 \mu\text{m}$ ). Le montage f-2f-f permet d'imager les atomes soit par fluorescence, en l'absence du faisceau imagerie, soit par absorption. Typiquement, l'excitation des atomes pour l'imagerie par fluorescence est faite grâce à un des faisceau du MOT bleu, mais le rapport signal-sur-bruit de la caméra est suffisamment bon pour faire l'image par fluorescence des atomes même par excitation sur la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$  de 7 kHz de large.

Un diaphragme de 30 mm de diamètre est placé juste derrière la première lentille d'imagerie. C'est ce diamètre d'ouverture qui permet, d'après Zemax, d'avoir une résolution optimale. La résolution de notre système d'imagerie est en effet fixée par deux effets qui s'opposent : plus le diaphragme est ouvert, plus on limite les effets de diffraction, mais plus on augmente les effets d'aberration géométrique. Qualitativement, le diamètre d'un point lumineux unique  $D_{\text{spot}}$ , image d'un point à l'infini par une lentille plano-convexe de focale  $f$  et de diamètre d'ouverture effective  $D$  (i.e., dans notre cas, le diamètre d'ouverture du diaphragme), suit la loi suivante :

$$D_{\text{spot}}^2 = D_{\text{Airy}}^2 + D_{\text{AberrSph}}^2 \quad (1.40)$$

avec  $D_{\text{Airy}} = \frac{2.44\lambda f}{D}$  le diamètre de la tâche d'Airy, et  $D_{\text{AberrSph}} = \frac{0.067D^3}{f^2}$  le diamètre du spot dû aux aberrations sphériques uniquement. Pour  $f = 150$  mm et  $\lambda = 461$  nm,  $D_{\text{spot}}$  varie peu entre 5 et 30 mm d'ouverture du diaphragme, avec un minimum à  $D = 13.5$  mm, qui correspond à  $D_{\text{spot}} = 14 \mu\text{m}$ . On retrouve donc les mêmes ordres de grandeurs obtenus que lors du calcul précis effectué par Zemax.

### 1.15.2 Mesure du nombre d'atomes par fluorescence

Lors d'une mesure par fluorescence sur la raie à 461 nm, le nombre d'atomes  $N_{\text{at}}$  dans le nuage est lié au nombre de photons  $N_{\text{coups}}$  perçus par la caméra de la manière suivante :

$$N_{\text{at}} = \frac{N_{\text{coups}}(\delta)}{\frac{\phi}{4\pi} \tau \eta \Gamma_{461} f_{461}(\delta)} \quad (1.41)$$

avec  $\frac{\phi}{4\pi} \approx 1.5 \times 10^{-2}$  sr la fraction de la lumière totale émise par les atomes captée par la caméra,  $\tau$  le temps d'exposition (typ.  $\sim 1$  ms),  $\eta \approx 70\%$  le rendement quantique de la caméra pco.panda,  $\Gamma_{461} = 2\pi \times 30$  MHz la largeur de la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$ , et  $f_{461}(\delta) = \frac{\Omega^2/4}{\delta^2 + \Omega^2 + \Gamma^2/4}$  la population de l'état excité en régime permanent [55].

### 1.15.3 Mesure du nombre d'atomes par absorption

Pour mesurer le nombre d'atomes par absorption, nous faisons trois images successives : une première en présence du nuage (nommée "AvecAtomes"), une seconde sans le nuage d'atomes mais avec le laser d'imagerie allumé (nommée "SansAtomes"), et une dernière sans atomes et laser éteint (nommée "Dark").

La densité optique est obtenue à partir de ces trois images en leur appliquant l'opération suivante :

$$OD = \ln \left( \frac{\text{AvecAtomes} - \text{Dark}}{\text{SansAtomes} - \text{Dark}} \right) \quad (1.42)$$

On peut ensuite fitter cette densité optique en utilisant les fonctions de la partie 1.15.4.

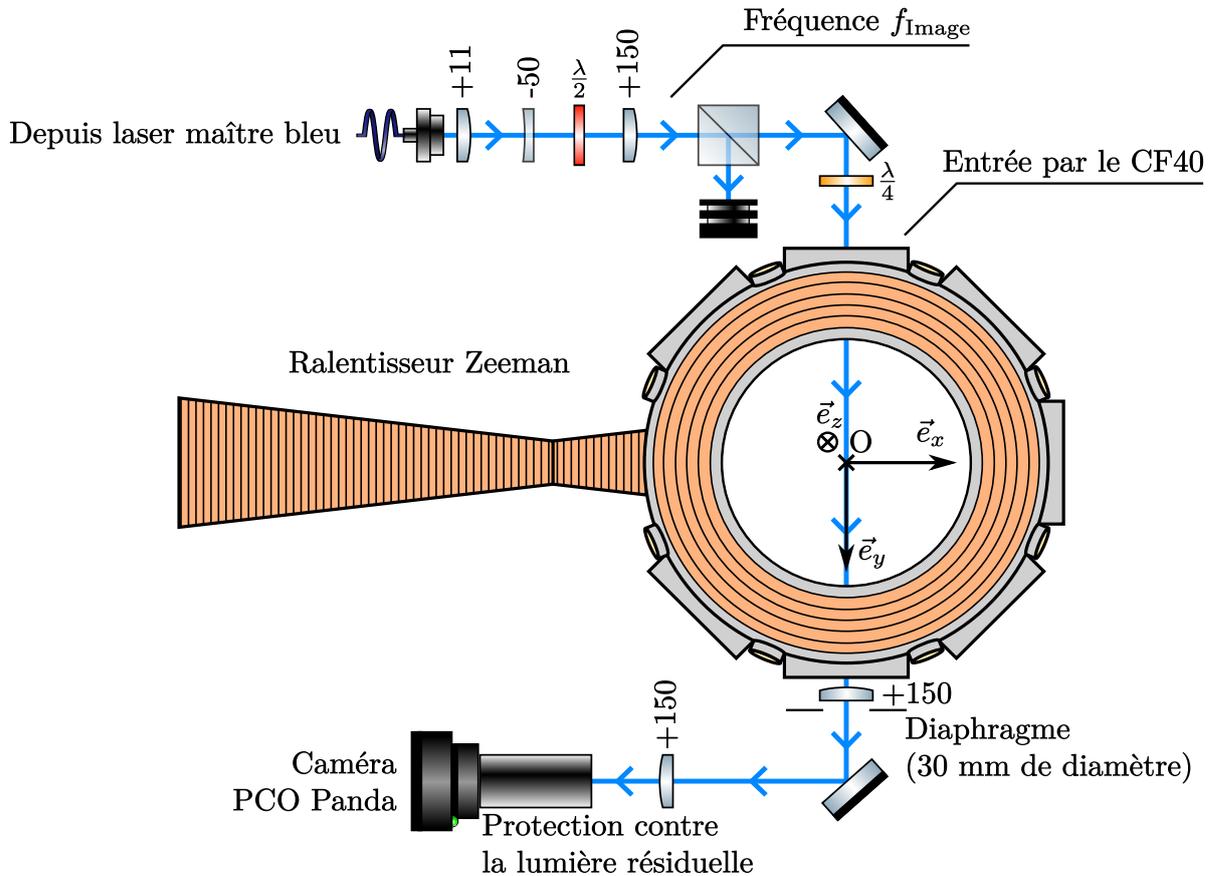


FIGURE 1.45 – Montage optique pour faire l'image des nuages atomiques.

### 1.15.4 Nuages de Fermi

Pour un gaz de Fermi sans interaction, on peut écrire la densité colonne de la façon suivante :

$$n_{2D}(x, y) = n_{2D,0} \frac{\text{Li}_2 \left( -\exp \left[ q - \left( \frac{x^2}{R_x^2} + \frac{y^2}{R_y^2} \right) f(e^q) \right] \right)}{\text{Li}_{5/2}(-e^q)} \quad (1.43)$$

avec :

- $f(x) = \frac{1+x}{x} \ln(1+x)$
- $q = \frac{\mu}{k_B T}$  le logarithme de la fugacité
- $R_i^2 = \frac{2k_B T}{m\omega_i^2} f(e^{\mu/(k_B T)})$ , avec  $E_F$  l'énergie de Fermi et  $\omega_i$  la fréquence du piège selon  $\vec{e}_i$  dans l'approximation harmonique. Définir  $R_i$  de cette façon permet d'interpoler entre le régime classique et le régime dégénéré. En effet,  $R_i$  tend vers  $\sigma_i = \sqrt{\frac{2k_B T}{m\omega_i}}$  quand  $T/T_F \gg 1$ , et vers le rayon de Fermi  $R_{F,i} = \sqrt{\frac{2E_F}{m\omega_i^2}}$  quand  $T/T_F \ll 1$
- $\text{Li}_n$  le polylogarithme d'ordre  $n$ , défini de la façon suivante :

$$\text{Li}_n(z) = \frac{1}{\pi^n} \int d^{2n}r \frac{1}{e^{r^2/z} - 1} \quad (1.44)$$

C'est avec cette équation que l'on fitte les images de gaz de Fermi dégénérés obtenus par fluorescence ou absorption. La figure 1.46 représente le résultat d'un tel fit.

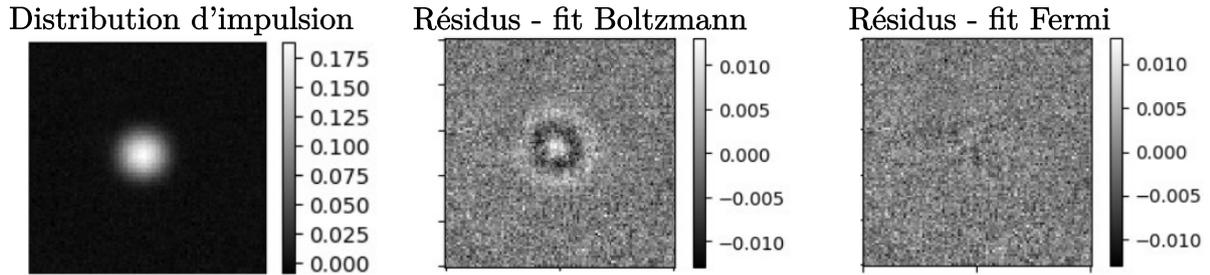


FIGURE 1.46 – Résultat d'un fit d'un nuage à  $\frac{T}{T_F} \sim 0.2$  après temps de vol (à gauche) par une distribution thermique (au centre) et par la densité colonne de l'éq. 1.43 (à droite). Sur l'image de gauche, le nuage regroupe 10 000 atomes répartis uniformément dans 10 états de spin, à une température  $T = 30$  nK.

Connaissant les fréquences propres du piège dipolaire,  $\omega_i$ , on obtient la valeur de  $E_F$  à partir des valeurs de  $R_i$  données par ces fits.

On peut alors calculer le taux de dégénérescence :

$$\frac{T}{T_F} = [-6\text{Li}_3(-e^q)]^{-1/3} \quad (1.45)$$

ainsi que la température :

$$k_B T = \frac{1}{2} m \omega_i^2 \frac{R_i^2}{b_i(t)^2} \frac{1}{f(e^q)} \quad (1.46)$$

avec  $b_i(t) = \sqrt{1 + \omega_i^2 t^2}$  le facteur d'expansion du gaz par temps de vol pour un gaz sans interactions.

# Chapitre 2

## Spectroscopie shelving sur la raie d'intercombinaison

Obtenir une référence de fréquence absolue sur une raie étroite telle que la raie d'intercombinaison  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$  ( $\gamma = 2\pi \times 7.4$  kHz,  $\lambda = 689$  nm) est doublement difficile : on a besoin d'une précision accrue, tout en souffrant du fait que les techniques classiques de spectroscopie, telle que l'absorption saturée, voient leur signal fortement réduit à cause du faible taux de diffusion sur la raie étroite. Les lois d'échelle pour les différents phénomènes en jeu sont décrites plus en détail dans la partie 2.1.

Dans cette section, je décrirai la technique que nous avons développée pour dépasser certaines de ces limitations afin d'obtenir un signal de spectroscopie sur la raie d'intercombinaison  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ . Elle consiste à d'abord exciter la raie d'absorption  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$  avec un laser à 689 nm très saturant, selon un principe très proche de l'absorption saturée, puis à sonder la population de l'état fondamental sur la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  ( $\Gamma \sim 2\pi \times 31$  MHz,  $\lambda = 461$  nm) : on bénéficie ainsi du taux de diffusion élevé de cette transition. Notre montage est décrit en détail dans la partie 2.2.

Ce principe, qui, dans le cas plus général, revient à exploiter la finesse de la raie à 7 kHz pour manipuler les populations de l'état fondamental, puis à faire l'image de ces populations sur la raie large pour profiter du taux de diffusion bien plus élevé, émaille beaucoup de techniques autour du  $^{87}\text{Sr}$ . Il est notamment central pour plusieurs techniques décrites dans la partie 3.

### 2.1 Limites liées à la spectroscopie en raie étroite

Les techniques de spectroscopie sub-Doppler telles que l'absorption saturée ou la fluorescence non-linéaire sont beaucoup plus difficiles à mettre en oeuvre sur des raies étroites (dont on note la largeur  $\gamma$ ) que sur des raies larges (dont on note la largeur  $\Gamma$ ), car le signal d'erreur, et donc le rapport signal sur bruit, sont beaucoup plus faibles. En effet, le nombre de photons diffusés ou absorbés contribuant au signal dépend :

- du nombre d'atomes résonants avec le laser à une fréquence donnée, ou, en d'autres termes, de la largeur de la classe de vitesse résonante avec le laser, qui, à cause de l'effet Doppler, est proportionnelle à  $\gamma$  (en supposant que l'élargissement en puissance est de l'ordre de  $\gamma$ ) ;
- du taux de diffusion de chacun de ces atomes, avec une borne supérieure de  $\gamma/2$ .

L'amplitude du signal d'erreur obtenu par spectroscopie sub-Doppler varie donc en  $\gamma^2$  pour les méthodes d'absorption sub-Doppler classiques mentionnées ci-dessus. Dans le cas du  $^{87}\text{Sr}$ , la transition à 689 nm que l'on cherche à sonder,  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ , a une largeur  $\gamma = 2\pi \times 7.4$  kHz, environ 4000 fois plus faible que celle de la transition à 461 nm  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$ , qui a une largeur de  $\Gamma \sim 2\pi \times 31$  MHz.

Si l'on utilise une technique de spectroscopie de la raie à 689 nm s'appuyant uniquement sur un couplage avec cette seule raie, le signal d'erreur ainsi obtenu risque donc d'être plus faible d'un facteur  $\left(\frac{\Gamma}{\gamma}\right)^2 \sim 10^7$  qu'un signal d'erreur obtenu sur la raie à 461 nm par une méthode similaire.

Même avec un fort élargissement en puissance, l'amplitude d'un signal d'erreur ainsi obtenu sur la raie d'intercombinaison reste réduit d'un facteur supérieur à  $\frac{\Gamma}{\gamma}$  par rapport à celui obtenu sur la raie large. Un signal aussi faible a déjà été utilisé comme référence de fréquence précise [56–58], mais est exigeant en terme de réduction du bruit de détection.

Comme je l'avais évoqué en introduction de ce chapitre, notre technique de spectroscopie permet de passer outre certaines de ces limites en séparant la génération d'une raie sub-Doppler de la détection de cette raie via la mesure des populations de l'état fondamental.

Pour cela, on sépare la dynamique atomique en deux étapes successives, ce qui est possible grâce au long temps de vie de l'état  $^3P_1$ , de l'ordre de 21  $\mu\text{s}$  :

1. Un premier laser à 689 nm, saturant et rétro-réfléchi, interagit avec les atomes sur la transition étroite. La variation du nombre d'atomes dans l'état excité en régime permanent en fonction de la fréquence du laser est celle d'une absorption saturée : la population de l'état excité augmente lorsque le laser se rapproche de la résonance, puis chute lorsque le laser est à résonance, car une seule classe de vitesse ( $v = 0$ ) interagit alors avec le laser, contre deux ( $v$  et  $-v$ ,  $\neq 0$ ) hors résonance. Cette diminution soudaine de la population de l'état excité se produit donc pour une gamme de fréquence du laser à 689 nm bien plus étroite que l'élargissement de la transition dû à l'effet Doppler. Dans la suite, on parlera de *faisceau de spectroscopie* pour désigner ce laser.
2. Ensuite, un laser non-saturant à 461 nm, résonant avec la transition large, permet de mesurer, par absorption simple, la population de l'état fondamental avec un bon rapport signal à bruit. En faisant varier continûment la fréquence du laser à 689 nm tout en observant l'absorption du laser par une photodiode, on observe, sur le spectre d'absorption simple, la raie sub-Doppler créée par le laser à 689 nm. Dans la suite, on parlera de *faisceau de lecture* pour désigner ce laser à 461 nm.

Cette méthode nous permet de regagner un facteur  $\frac{\Gamma}{\gamma}$  sur l'amplitude du signal d'erreur : on s'affranchit en effet de la perte de signal liée au faible taux de diffusion des atomes sur la raie à 689 nm, mais pas de celle liée au nombre d'atomes résonants avec le laser à une fréquence donnée.

Le signal ainsi obtenu peut être utilisé comme référence absolue de fréquence, avec une précision suffisante pour de nombreuses applications (voir partie 2.4), tel que le refroidissement laser en raie étroite. Notre technique est aussi très avantageuse pour les asservissements en fréquence à long terme, puisqu'on peut se contenter d'utiliser des photodiodes standards pour la détection du signal d'absorption, ainsi que des sources atomiques à faible flux et longs temps de vie.

Pour des applications plus exigeantes de métrologie, le bruit de grenaille photonique est grandement réduit, et devient en général plus faible que le bruit de grenaille atomique, qui devient la limite fondamentale pour la précision [57-62] (voir partie 2.7). Le bruit de grenaille atomique peut être significativement plus faible que dans les horloges à réseaux optique, puisque les dispositifs qui utilisent des faisceaux thermiques permettent des détections avec de plus grandes densités atomiques [63].

Il est aussi intéressant de noter que dans un régime où le temps d'interaction avec le laser de spectroscopie est de l'ordre du temps de vie de l'état  $^3P_1$ , les cohérences ont une forte influence sur l'aspect du spectre. Par exemple, les horloges utilisant des faisceaux thermiques de calcium doivent prendre en compte ces effets pour les interféromètres de Ramsey qu'elles utilisent. La forme des franges d'interférence et le contraste dépend alors de la puissance du faisceau et du temps d'interaction. Dans la référence [64], les auteurs ont maximisé le contraste en sélectionnant une vitesse longitudinale dans le faisceau d'atomes thermiques. Dans notre procédé, nous nous appuyons au contraire sur l'ensemble de la distribution de vitesses, ce qui occulte tout phénomène d'interférence, et limite ainsi l'influence des variations de puissance du laser de spectroscopie sur la forme du signal d'erreur.

## 2.2 Dispositif expérimental

**Jet atomique :** Dans cette section, je vais décrire en détail le montage (représenté sur la fig. 1.9) qui nous permet de mettre en œuvre le principe de spectroscopie shelving décrit en 2.1.

Un jet thermique d'atomes de  $^{88}\text{Sr}$  est produit par notre four de spectroscopie, dont la température typique est de  $480^\circ\text{C}$ . Ce four est identique à celui de la chambre à vide principale, déjà décrit dans la partie 1.6, avec le même réseau de microtubes permettant de collimater le jet en sortie. On choisit d'utiliser le signal de référence de fréquence pour le  $^{88}\text{Sr}$  plutôt que pour le  $^{87}\text{Sr}$ , puisque son abondance naturelle, on le rappelle, est de 82.58%, contre 7% pour le  $^{87}\text{Sr}$ . On connaît le décalage isotopique entre eux, et on peut donc se servir du signal obtenu sur du  $^{88}\text{Sr}$  pour asservir le laser à 689 nm pour le  $^{87}\text{Sr}$ .

Les faisceaux de spectroscopie (à 689 nm) et de lecture (à 461 nm) sont perpendiculaires au jet atomique, et le traversent à environ 15 cm de la sortie du four. La distribution longitudinale des vitesses selon la direction de propagation du jet atomique est  $n_1(v) \propto v^2 \exp(-mv^2/(2k_B T))$ . La vitesse moyenne associée à cette distribution vaut  $\bar{v}_1 = 410 \text{ m.s}^{-1}$ . Cependant, le laser de spectroscopie n'interagit, par effet Doppler, qu'avec un sous-ensemble des atomes du faisceau. Les atomes ainsi sélectionnés ont une distribution de vitesses modifiée :  $n_2(v) \propto v \exp(-mv^2/(2k_B T))$ , avec une vitesse moyenne  $\bar{v}_2 = 330 \text{ m.s}^{-1}$ .

Le faisceau d'atomes passe successivement dans deux zones. La première a été décrite dans la partie 1.3.3, et sert à asservir le laser maître bleu (et donc le faisceau de lecture) en fréquence par transfert de modulation [34]. Grâce à cet asservissement, le faisceau de lecture est résonant avec la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$ . Après un temps suffisamment long pour qu'ils se désexcitent tous vers l'état fondamental, les atomes arrivent dans la seconde partie de la chambre à vide, où ils interagissent d'abord avec le faisceau de spectroscopie, puis juste après avec le faisceau de lecture. Ces deux faisceaux sont très

précisément parallèles l'un à l'autre, et grossièrement perpendiculaires au jet atomique. Précisons qu'on pourrait augmenter significativement la densité d'atomes interrogés par les faisceaux de spectroscopie et de lecture en les plaçant dans une zone où le jet atomique est moins divergent, e.g. en inversant leur place avec le faisceau qui sert à l'asservissement du laser maître bleu.

Le laser de spectroscopie est prélevé directement sur le laser maître rouge, lui-même asservi sur une cavité ultrastable par PDH, comme on l'a décrit dans la partie 1.4. Sans modulation par un AOM, il a une largeur d'environ 1 kHz. Un AOM en double passage (voir fig. 1.9) permet de moduler en fréquence le faisceau de spectroscopie. Le laser de lecture est prélevé sur le laser maître bleu, lui-même asservi par transfert de modulation sur la transition à 461 nm, comme on l'a vu dans la partie 1.3. La fréquence du laser de lecture est  $f_{\text{BlueLock}}$  (voir table 1.1) : il est donc résonant avec la transition à 461 nm.

Le laser de spectroscopie a un waist de 5.4 mm, et il est tronqué à un diamètre de  $D = 10$  mm. Le temps caractéristique d'interaction avec les atomes, ou temps de transit, vaut  $D/\bar{v}_2 = 30 \mu\text{s}$ . Le faisceau est rétro-réfléchi par un coin de cube, qui assure une déviation au parallélisme sous les  $10 \mu\text{rad}$ , ce qui est un point critique pour limiter les effets de biais et d'élargissement dû à l'effet Doppler au premier ordre (voir partie 2.5). Le faisceau rétro-réfléchi a, par conséquence, un faible décalage par rapport au faisceau incident (moins d'1 mm) selon la direction de propagation des atomes.

Comme nous le verrons dans la suite, nous avons fait varier la puissance du faisceau de spectroscopie incident entre 26 et 470  $\mu\text{W}$ . Cela correspond à un paramètre de saturation  $I/I_{\text{sat}}^{689}$  entre 23 et 400, ou des fréquences de Rabi  $\Omega/2\pi$  entre 26 et 110 kHz. Ici, on note  $I$  l'intensité maximale du faisceau incident (i.e. l'intensité au centre du faisceau) à l'intérieur de la chambre à vide, et  $I_{\text{sat}}^{689} = 3 \mu\text{W.cm}^{-2}$  est l'intensité de saturation de la transition étroite  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ .

Le faisceau rétro-réfléchi est 0.85 fois plus faible que le faisceau incident à cause des hublots non-traités.

L'axe de propagation du faisceau de lecture est situé 2 mm après le bord du faisceau de spectroscopie. Le temps moyen de déplacement entre le faisceau de spectroscopie et le faisceau de lecture est  $\sim 6 \mu\text{s}$ , plus faible que le temps de vie de l'état  $^3P_1$ , de l'ordre de 21  $\mu\text{s}$ . Le faisceau de lecture est elliptique, avec des waists de 440  $\mu\text{m}$  selon l'horizontale (i.e. selon la direction de propagation du jet atomique) et 900  $\mu\text{m}$  selon la verticale. Il a une puissance de 66  $\mu\text{W}$ , ce qui correspond à un paramètre de saturation d'environ 0,25. Son absorption par le jet atomique est mesurée par une photodiode et est typiquement de l'ordre de 7%. Une seconde photodiode mesure la puissance du laser de lecture en amont du jet atomique. Les deux signaux sont soustraits pour s'affranchir de toute fluctuations d'intensité du faisceau de lecture. Le signal ainsi obtenu est amplifié et démodulé par démodulation synchrone, où le signal de référence est le signal RF envoyé à l'AOM modulant le faisceau de spectroscopie.

Un champ magnétique uniforme de 3.4 G, orienté selon l'axe de propagation des lasers, est généré dans toute cette zone de la chambre à vide par une paire de bobines placées autour des hublots, de part et d'autre de la chambre à vide (voir fig. 1.9). Il permet de lever la dégénérescence entre les sous-états Zeeman de l'état  $^3P_1$  (dont on rappelle le facteur de Landé :  $2.1 \text{ MHz.G}^{-1}$ ). La polarisation du faisceau de spectroscopie est linéaire et perpendiculaire au champ magnétique : les transitions  $\pi$  ( $^1S_0, m_F \rightarrow ^3P_1, m_{F'}$  avec  $m_F = m_{F'}$ ) sont donc interdites. Cependant, une transition cross-over entre les transitions  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  fournit un signal d'erreur insensible aux champs magnétiques de

l'ordre du Gauss.

**Cellule à vapeur atomique :** La technique de spectroscopie que nous présentons dans ce chapitre a été développée en collaboration avec le groupe de Marc Cheneau, au laboratoire Charles Fabry. Son groupe a réalisé un dispositif qui utilise le même principe de shelving que le nôtre, mais où les lasers sont envoyés dans une cellule contenant une vapeur atomique de strontium plutôt que sur un jet directionnel. Leur dispositif est décrit en détail dans la référence [65], je n'en ferai donc ici qu'une description succincte.

La cellule est constituée d'un tube inox de 60 cm de long, fermé aux deux extrémités par des hublots BK7, non-traités. Un creuset soudé au centre du tube accueille quelques grammes de strontium. Il est chauffé aux alentours de 390°C, relâchant ainsi une vapeur de strontium dans la cellule à une pression d'environ  $10^{-4}$  mbar [66].

À la différence de notre montage, les faisceau de spectroscopie et de lecture sont superposés le long de l'axe principal de la cellule grâce à un miroir dichroïque. Seul le faisceau de spectroscopie est rétro-réfléchi, là encore par un coin de cube. Le faisceau de spectroscopie a un waist de 4 mm, et englobe donc le faisceau de lecture, qui a un waist de 400  $\mu\text{m}$ . Rien n'occulte le centre du faisceau de spectroscopie : lorsque les atomes sont dans le faisceau de lecture, ils sont aussi soumis à la lumière du faisceau de spectroscopie, et ce sur toute la longueur de la cellule. Une différence notable avec notre dispositif est que la cavité Fabry-Pérot servant à asservir en fréquence leur laser rouge a des pics plus larges que la nôtre (200 kHz FWHM contre 75 kHz), ce qui permet de stabiliser en fréquence le laser de spectroscopie a mieux qu'1 kHz.

Le faisceau de lecture a une puissance de 30  $\mu\text{W}$ , ce qui correspond à  $I/I_{\text{sat}}^{689} = 0.15$ . Son absorption par les atomes dans la cellule est entre 50% et 80%, soit 10 fois plus que sur notre dispositif, ce qui leur permet en principe de multiplier l'amplitude du signal de spectroscopie par 5 (voir 2.7) malgré leur température plus faible.

Le temps de transit, du fait de la configuration particulière des faisceaux, est de l'ordre de 8  $\mu\text{s}$ , et est donc plus faible que le temps de vie du  $^3P_1$ , ce qui n'est pas le cas sur notre dispositif. Les cohérences sur la raie d'intercombinaison sont donc bien préservées lors de la lecture par le faisceau à 461 nm. Cependant, des simulations numériques s'appuyant sur les équations de Bloch permettent de montrer que le moyennage sur la distribution de vitesses efface les signatures spectrales dues à ces cohérences, et assure ainsi que la forme du spectre reste stable.

Un champ de biais de 2.3 G est créé par le câble permettant de chauffer le creuset. Il est perpendiculaire à la direction de propagation des deux faisceaux. La polarisation du faisceau de lecture est mixte : le laser de lecture pilote donc toutes les transitions  $\sigma^-$ ,  $\sigma^+$  et  $\pi$ . On observe donc un signal d'erreur associé à chacune de ces transitions, ainsi que deux cross-overs. Le cross-over entre les deux raies  $\sigma$  est confondu avec la raie  $\pi$ . Dans la suite on ne considèrera que cette raie centrale, qui est insensible au champ magnétique.

Je retranscrirai dans la suite les résultats issus de leur expérience pour les comparer aux nôtres. On verra que les performances des deux dispositifs sont très proches, et que des expérimentateurs souhaitant utiliser cette technique de spectroscopie peuvent donc choisir le plus facile à mettre en place sur leur expérience.

## 2.3 Spectre obtenu

Je présenterai ici les spectres obtenus grâce à nos deux dispositifs. La figure 2.1 montre une vue large, après démodulation synchrone, du signal obtenu en utilisant notre montage. Pour obtenir ce signal, nous avons modulé le laser de spectroscopie sur 2 MHz : l'élargissement lié à cette modulation domine devant tous les autres phénomènes. La fréquence de modulation est de 10 kHz. Le spectre est acquis en augmentant point après point la fréquence centrale du faisceau de spectroscopie, avec 100 ms d'intégration lors de la détection synchrone, et 500 ms de délai entre deux points consécutifs.

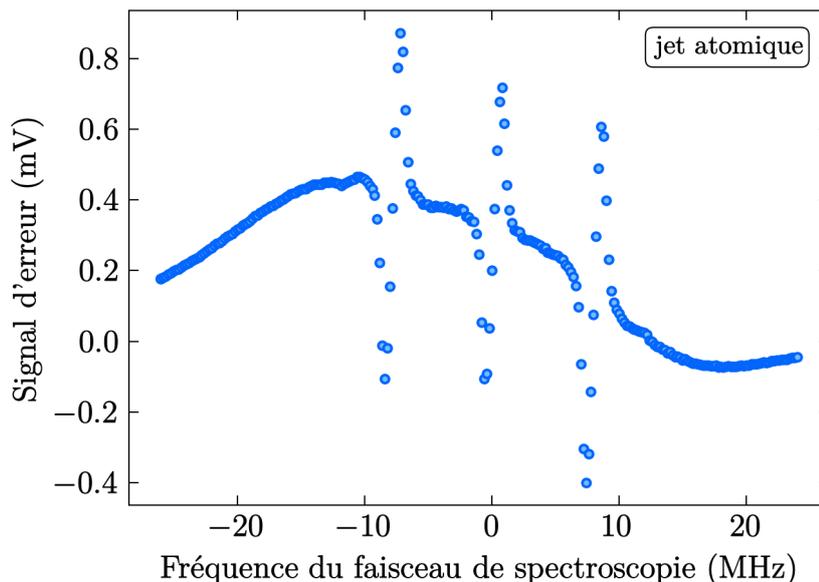


FIGURE 2.1 – Vue large du spectre obtenu grâce à notre dispositif, avec une forte modulation du faisceau de spectroscopie (2 MHz d'excursion en fréquence). On y perçoit la large raie Doppler, et trois résonances sub-Doppler qui correspondent aux transitions  $\sigma^\pm$  et leur cross-over, au centre. Elles sont séparées de 7.1 Mhz grâce au champ magnétique de biais de 3.4 G. L'origine de l'axe des abscisses est choisie arbitrairement.

La raie large qui recouvre l'ensemble du spectre est la raie d'élargissement par effet Doppler liée à l'interaction du laser de spectroscopie avec tous les atomes qui peuvent ensuite absorber le laser de lecture. Les atomes en question ont des vitesses  $\vec{v}$  telles que  $\vec{k}_L \cdot \vec{v} \leq \Gamma$ , avec  $\vec{k}_L$  le vecteur d'onde du faisceau de lecture. Cela correspond à des décalages Doppler pour le laser de spectroscopie allant jusqu'à  $\Gamma \times \frac{\|\vec{k}_S\|}{\|\vec{k}_L\|}$ , avec  $\vec{k}_S$  le vecteur d'onde du faisceau de spectroscopie

En plus de cette raie Doppler, on observe trois raies sub-Doppler, qui correspondent donc à l'interaction du faisceau de spectroscopie avec les atomes de vitesse nulle selon  $\vec{k}_S$ . Les deux raies extrêmes correspondent aux transitions  $\sigma^\pm$ , et la raie centrale au cross-over entre les deux : elle est donc, au premier ordre, insensible au champ magnétique.

Intéressons-nous maintenant uniquement à cette raie sub-Doppler centrale. Elles sont représentées, pour les deux dispositifs, en fig. 2.2. Les paramètres (intensité du laser de spectroscopie et fréquence de modulation) choisis sont ceux qui permettent de minimiser l'incertitude de mesure du centre de la raie sur le dispositif à jet atomique (voir partie 2.4). Sur les deux montages, l'intensité maximale du faisceau de spectroscopie vaut

$I \approx 83I_{\text{sat}}^{689}$ , et sa fréquence est modulée à 2.5 kHz, ce qui est assez lent pour assurer que la réponse des atomes est quasi-statique, sans déphasage<sup>1</sup>. L'excursion en fréquence totale de la modulation est de 66 kHz pour le montage à jet atomique, et de 22 kHz pour la cellule à vapeur. Le temps d'intégration pour la détection synchrone est de 1 s (resp. 3 s), et, pour éviter la distortion du spectre, on mesure un nouveau point toutes les 5 s (resp. 10 s) en augmentant progressivement la fréquence centrale du faisceau de spectroscopie. Le faisceau de lecture est absorbé à 7% (resp. 80%) quand le faisceau de spectroscopie est hors-résonance.

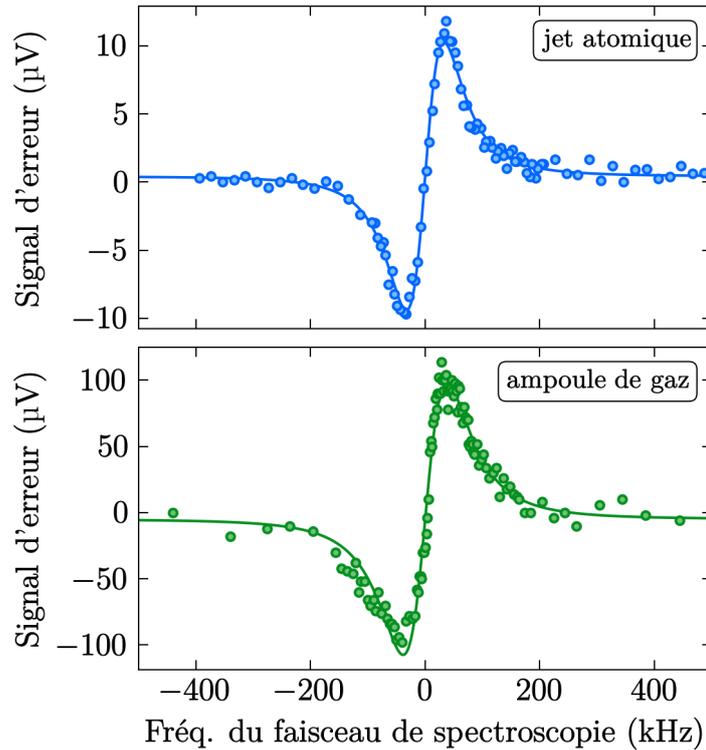


FIGURE 2.2 – Signaux d’erreurs pour le crossover  $\sigma^\pm$  (ainsi que la transition  $\pi$  pour le montage de M. Cheneau), dans les conditions décrites dans la partie 2.3. En haut : Mesure effectuée sur le jet d’atomes. En bas : Mesure effectuée sur la cellule à vapeur. Dans les deux cas, les cercles représentent les données réelles, tandis que les lignes pleines représentent le fit par la dérivée d’une Lorentzienne, à laquelle on ajoute un offset. L’origine de l’axe des abscisses est arbitraire et correspond au 0 du signal d’erreur. L’intensité du laser de spectroscopie vaut  $I \approx 83 \times I_{\text{sat}}^{689}$  dans les deux cas. La largeur totale à mi-hauteur d’après le fit vaut 114 kHz pour notre montage, et 133 kHz pour celui de M. Cheneau.

1. Nous avons aussi essayé de moduler le faisceau de spectroscopie à des fréquences plus élevées. À 10 kHz, une des quadratures du signal démodulé a une forme dispersive, qui est donc utilisable pour la spectroscopie, tandis que l’autre quadrature a une forme Lorentzienne qui ressemble à une mesure de population pompée optiquement, à faible bruit et moyennée dans le temps. Cependant, le signal résultant de la combinaison de ces deux quadratures est extrêmement sensible à la phase de la démodulation synchrone : on risque donc d’avoir des offsets dérivant au cours du temps et des raies asymétriques. Cette sensibilité à la phase est de plus en plus forte lorsque la fréquence de modulation augmente.

Les lignes pleines sur la figure 2.2 représentent le fit de nos données par la dérivée d'une Lorentzienne, avec un offset. On trouve une largeur à mi-hauteur (FWHM) de 114 kHz pour notre montage à jet atomique, et 133 kHz pour la cellule à vapeur. Plusieurs mécanismes contribuent à élargir ainsi le signal d'erreur : le temps de transit, l'intensité du faisceau de spectroscopie, et l'amplitude de modulation. Nous verrons leur contribution respective dans la partie 2.4. L'incertitude sur la position du centre de la raie due au fit est de l'ordre de 500 Hz pour les deux montages.

## 2.4 Précision de la mesure de fréquence absolue

La valeur du signal d'erreur dans la partie linéaire, proche de la résonance, est proportionnelle à l'écart entre la fréquence du laser de spectroscopie et la résonance atomique. Cependant, même avec une source laser dont la fréquence serait parfaitement stable, la mesure elle-même est affectée par le bruit. La durée d'intégration de la détection synchrone constitue, assez naturellement, une échelle de temps à court terme pour l'évaluation des bruits de mesure. On estime donc l'instabilité de la mesure de fréquence (qu'on désignera simplement par *instabilité en fréquence* dans la suite) au bout de cette durée d'intégration d'1 seconde - pour notre dispositif - en faisant le rapport entre le bruit du signal de détection synchrone et la pente du signal d'erreur autour de la résonance. Dans cette partie, nous verrons comment ces deux facteurs dépendent des paramètres expérimentaux - sur notre dispositif -. Nous comparerons ensuite l'instabilité en fréquence à 1 s à l'incertitude sur le centre des résonances due au fit de spectres complets. Ces incertitudes de fit sont sensibles à la forme du signal d'erreur, et aux dérivées d'offset qui se produisent pour certaines valeurs des paramètres expérimentaux.

### 2.4.1 Optimisation de la pente du signal

Le signal de spectroscopie s'élargit lorsqu'on augmente l'intensité du faisceau de spectroscopie ou l'excursion en fréquence de la modulation. Cependant, c'est la pente du signal d'erreur autour de la résonance qui caractérise le mieux la qualité de la spectroscopie. Nous verrons ici comment les deux paramètres mentionnés ci-dessus modifient cette pente. La fréquence de modulation reste, elle, fixée à  $f_{\text{mod}} = 2.5$  kHz.

D'abord, on commence par étudier l'influence de l'intensité du laser de spectroscopie sur la largeur de la résonance. Les résultats sont représentés en haut de la figure 2.3. Les cercles bleus y représentent la largeur à mi-hauteur (FWHM) de la Lorentzienne mesurée avec une excursion en fréquence de la modulation de 25 kHz. La ligne bleue pleine représente le meilleur fit avec la fonction empirique  $\gamma_b(I)/2\pi = \sqrt{a_b^2 I + b_b^2}$ , qui donne  $a_b = 6.8 \pm 0.3$  kHz/ $\sqrt{I_{\text{sat}}}$  et  $b_b = 50 \pm 8$  kHz. La limite à intensité nulle,  $\gamma_b(0)/2\pi = b_b$ , est vraisemblablement dominée par l'élargissement par temps de transit [67].

On estime aussi que l'excursion en fréquence de la modulation contribue à l'élargissement à hauteur de 10 kHz. Sur la courbe inférieure de la figure 2.3, les cercles bleus représentent la pente du signal d'erreur dans la zone linéaire autour de la résonance, en fonction de l'intensité du laser de spectroscopie. On constate que la pente augmente d'abord avec l'intensité, avant de saturer : cela traduit le fait que l'amplitude du signal d'erreur augmente avec l'intensité sans que le signal d'erreur s'élargisse significativement, jusqu'au moment où l'élargissement en puissance devient plus grand que l'élargissement

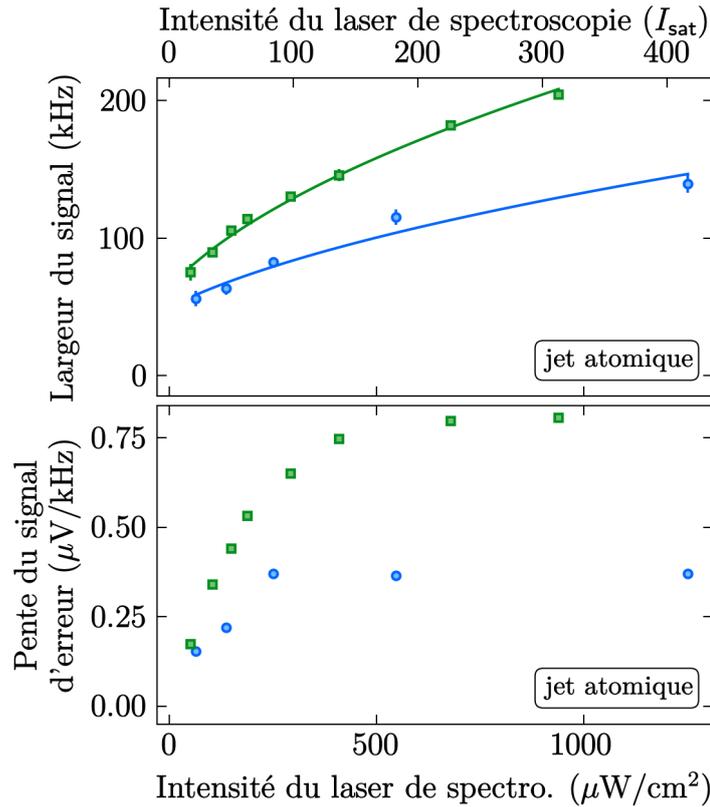


FIGURE 2.3 – **Au dessus** : Largeur à mi-hauteur de la Lorentzienne donnée par le fit en fonction de l'intensité du faisceau de spectroscopie. Les mesures représentées par des cercles bleus ont été prises avec une excursion en fréquence totale de la modulation fixée à 25 kHz. La ligne bleue pleine montre le meilleur fit de ces points en utilisant la fonction empirique  $\gamma_b(I)/2\pi = \sqrt{a_b^2 I + b_b^2}$ . Les données représentées par des carrés verts ont été prises en faisant varier l'excursion en fréquence en fonction de l'intensité du laser de spectroscopie : l'excursion en fréquence vaut  $0.8 \times (\gamma_b(I)/2\pi)$ , afin de maximiser la pente du signal. Ces données sont fittées par la même fonction,  $\gamma_v(I)/2\pi = \sqrt{a_v^2 I + b_v^2}$ . Les barres d'erreur représentées sur chacun des points correspondent à l'erreur de fit du spectre correspondant. **En dessous** : Pente du signal d'erreur en fonction de l'intensité maximale du faisceau de spectroscopie. Les carrés verts et les cercles bleus correspondent aux mêmes mesures que sur la figure du dessus.

par temps de transit. À des intensités encore plus hautes, on s'attend à ce que la pente finisse par diminuer à cause de l'élargissement en puissance (voir partie 2.7).

Intéressons-nous maintenant à l'excursion en fréquence optimale pour la modulation. Avec une intensité du faisceau de spectroscopie de  $I = 46 \times I_{\text{sat}}^{689}$ , nous avons cherché à maximiser la pente du signal en changeant l'excursion en fréquence de la modulation. L'optimum est atteint lorsque l'excursion en fréquence vaut 0.8 fois la largeur à mi-hauteur mesurée à faible modulation. On montre dans la partie 2.7 que lorsqu'on fait varier la puissance du laser de spectroscopie, l'excursion en fréquence de modulation qui maximise la pente varie linéairement avec la largeur à mi-hauteur mesurée à faible excursion en fréquence,  $\gamma_b(I)$ . Ainsi, nous avons répétés nos mesures mais cette fois en choisissant, pour chaque intensité  $I$ , une excursion en fréquence valant  $0.8 \times \gamma_b(I)/2\pi$ ,

avec  $\gamma_b(I)$  la largeur à mi-hauteur du signal obtenu avec une faible excursion en fréquence de modulation.

Les largeurs et les pentes ainsi obtenues sont représentées par des carrés verts dans la figure 2.3. On constate que, bien que la raie soit plus large d'environ 30% que lors des mesures avec une faible excursion en fréquence de la modulation, on gagne jusqu'à un facteur 2 sur la pente par rapport aux mesures précédentes. Elle sature à hautes puissances, ce qui correspond aux prévisions de la partie 2.7.

## 2.4.2 Instabilité et incertitude sur la mesure de fréquence

Dans cette partie, on caractérise l'instabilité en fréquence de notre signal de spectroscopie : nous verrons qu'on obtient une instabilité relative en fréquence de  $2 \times 10^{-12}$  en 1 s. Notre signal est donc une très bonne référence de fréquence pour la plupart des expériences d'atomes ultra-froids. Cependant, nous mettrons aussi en avant l'existence de dérives à long terme du signal d'erreur. Elles semblent être dues à de la lumière parasite sur la photodiode provenant du signal de spectroscopie, et peuvent donc être éliminées pour d'éventuelles utilisations de notre dispositif dans des horloges.

On estime le bruit sur le signal en répétant des mesures identiques, i.e. en gardant tous les paramètres constants. On désaccorde le laser de spectroscopie loin de la raie sub-Doppler. À faibles intensités (jusqu'à  $100 \times I_{\text{sat}}^{689}$ ), le bruit entre deux mesures semble être décorrélé. Sa valeur RMS est proportionnelle à la puissance du faisceau de lecture (tout comme celle du signal sub-Doppler). On rappelle qu'on soustrait au signal d'absorption du faisceau de lecture un signal de référence prélevé en amont de la chambre à vide, afin de s'affranchir au maximum des fluctuations d'intensité du laser. Pour une puissance du faisceau de lecture de  $66 \mu\text{W}$ , on trouve une valeur RMS du bruit de  $0.5 \mu\text{V}$  et qui ne dépend pas de l'intensité du laser de spectroscopie. Dans ces conditions, le rapport signal-sur-bruit est de  $\approx 20$ . Cette valeur est environ 10 fois plus faible que la limite liée aux bruits de grenaille fondamentaux, pour lesquels le bruit de grenaille atomique domine devant le photonique (voir partie 2.7).

Les dérives d'offset se produisent pour des intensités du laser de spectroscopie supérieures à  $100 \times I_{\text{sat}}^{689}$  et deviennent importantes au bout d'une minute environ. Les dérives maximales observées sont de l'ordre de  $0.01 \mu\text{V} \cdot \text{s}^{-1}$ . Comme on l'a écrit ci-dessus, on suspecte qu'elles sont dues à de la lumière parasite sur la photodiode, provenant du faisceau de spectroscopie : une modulation d'amplitude résiduelle appliquée au faisceau de spectroscopie par l'AOM pourrait ensuite être détectée par la détection synchrone.

Une démodulation à une fréquence triple de celle de la modulation pourrait supprimer cet effet [68]. Nous résumons en figure 2.4 les performances de notre spectroscopie en fonction de l'intensité du faisceau de spectroscopie, en combinant les effets du bruit à court terme (instabilité), du bruit à long terme (dérives), et de la forme du signal. Cette figure s'appuie sur des spectres complets mesurés en choisissant une excursion en fréquence de la modulation valant  $0.8 \times \gamma_b(I)/2\pi$ , tel qu'on l'a présenté dans la partie 2.4.1.

D'abord, on estime l'instabilité en fréquence à court terme (1 s) de la mesure en faisant le rapport entre le bruit non-corrélé mesuré comme on l'a décrit plus haut, et la pente du signal d'erreur autour de la résonance. Il est représenté sur la figure 2.4 (carrés pleins) en fonction de l'intensité du faisceau de spectroscopie. On l'a vu, ce bruit est indépendant de l'intensité du faisceau de spectroscopie : l'instabilité en fréquence

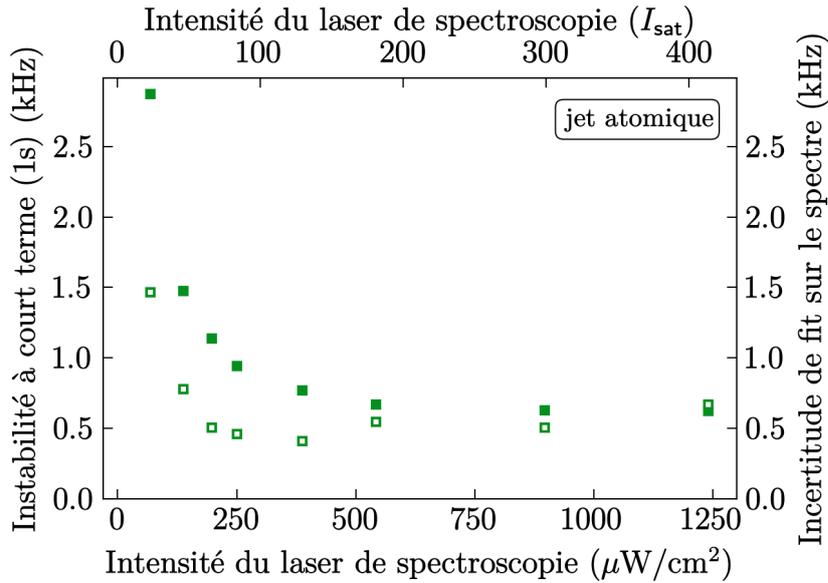


FIGURE 2.4 – Instabilité en fréquence à 1 s (carrés pleins), et incertitude du fit sur la position du zéro (carrés vides), en fonction de l’intensité du laser de spectroscopie. Les deux quantités sont extraites des mêmes jeux de données : des spectres constitués de 90 points, acquis sur 450 s en tout, tel que représenté en fig. 2.2, au dessus. Les spectres sont fittés avec la dérivée d’une Lorentzienne, à laquelle on ajoute un offset qui dérive linéairement au cours du temps. L’incertitude sur le fit augmente au delà de  $400 \mu\text{W}\cdot\text{cm}^{-2}$ , car l’offset et les déformations de la résonance deviennent importantes (voir texte).

à 1 s est donc simplement proportionnelle à l’inverse de la courbe inférieure de la fig. 2.3 (carrés verts). On observe que l’instabilité en fréquence diminue d’abord rapidement en fonction de l’intensité, puis qu’elle se stabilise, au delà de  $200 \times I_{\text{sat}}^{689}$  à environ 630 Hz, quand l’élargissement en puissance commence à dominer devant l’élargissement par temps de transit (voir 2.7 pour un modèle simple).

Ensuite, on étudie l’incertitude sur les mesures à long terme en fittant des spectres entiers, constitués de 90 points acquis en 450 s. La fréquence du laser de spectroscopie est comparée en permanence à une des résonances de notre cavité optique ultrastable (voir 2.7). On suppose que ces spectres sont des dérivées de Lorentziennes, auxquelles on ajoute un offset qui dérive linéairement au cours du temps. L’incertitude est affectée par des bruits à court et long terme, ainsi que par des déviations de la forme des signaux d’erreur par rapport à la fonction de fit : les signaux d’erreur ne sont pas toujours précisément des dérivées de Lorentzienne.

L’incertitude de fit sur la position du zéro en fonction de l’intensité du laser de spectroscopie est représentée en fig. 2.4 (carrés vides). Elle est minimale pour une intensité d’environ  $100 \times I_{\text{sat}}^{689}$ , où elle vaut alors 450 Hz. L’existence de ce minimum est due à deux effets qui varient de façon opposée en fonction de l’intensité : une intensité élevée permet d’augmenter la pente du signal autour de la résonance (voir fig. 2.3), mais une intensité faible permet de limiter les dérives d’offset et les déviations à la formes Lorentzienne. Ainsi, sur notre dispositif, le régime  $I \approx 100 \times I_{\text{sat}}^{689}$  est approprié pour les mesures à long terme (450 s), en particulier car il réduit suffisamment les dérives pour que les fits avec

ou sans dérives donnent la même valeur pour le centre de la raie. Dans cette gamme d'intensité, l'instabilité à 1 s est sous le kHz, ce qui correspond à une instabilité relative de  $\approx 2.10^{-12}$ . Jusqu'à  $100 I_{\text{sat}}^{689}$ , le fait que l'incertitude de fit vaut environ la moitié de l'instabilité à 1 s s'explique statistiquement par le faible nombre de points pris dans la zone linéaire du spectre (une dizaine au maximum)<sup>2</sup>.

En conclusion, on mesure donc une instabilité relative à 1 s de  $2.10^{-12}$ . Le rapport signal-sur-bruit est de l'ordre de 20 et limité par du bruit technique. Si le niveau de bruit était limité uniquement par le bruit de grenaille fondamental (à la fois atomique et photonique), on suppose que le rapport signal-sur-bruit pourrait valoir 220 dans les mêmes conditions. Une amélioration supplémentaire, d'un facteur 5 sur le signal, pourrait être atteinte en augmentant l'absorption du faisceau de lecture, qui n'est que de 7% pour ces données (voir 2.7).

## 2.5 Exactitude de mesure

Dans cette partie, je décrirai les effets pouvant décaler le centre de la raie ou la rendre non-Lorentzienne, diminuant ainsi l'exactitude de notre mesure. Les décalages Doppler au premier ordre [69], qui apparaissent lorsque les faisceaux incident et réfléchi du laser de spectroscopie ne sont pas parallèles<sup>3</sup>, peuvent très facilement devenir l'effet dominant. On verra qu'ils ont des effets différents sur notre système et celui de . J'aborderai aussi, à la fin de cette partie, les effets plus mineurs qui peuvent modifier l'exactitude de la mesure.

Décrivons d'abord plus en détail pourquoi le non-parallélisme des faisceaux incident et réfléchi du laser de spectroscopie induit un décalage du centre de la raie, dit "décalage Doppler au premier ordre". Notons  $\vec{k}_i$  et  $\vec{k}_r$  les vecteurs d'onde des faisceaux incident et réfléchi, respectivement. La condition de résonance pour le faisceau incident et le faisceau réfléchi (en ignorant l'effet du recul) s'écrivent donc, respectivement :

$$\omega_0 = \omega_L - \vec{k}_i \cdot \vec{v} \quad (2.1)$$

$$\omega_0 = \omega_L - \vec{k}_r \cdot \vec{v} \quad (2.2)$$

avec  $\omega_0$  la fréquence de la résonance atomique,  $\omega_L$  la fréquence du laser de spectroscopie dans le référentiel du laboratoire, et  $\vec{v}$  la vitesse de l'atome dans ce même référentiel.

Les deux faisceaux sont donc résonants avec la même classe de vitesse si et seulement si :

$$(\vec{k}_i - \vec{k}_r) \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.3)$$

On observe une raie sub-Doppler lorsque la fréquence du laser de spectroscopie vérifie cette condition.

2. Pour les données avec  $I \leq I_{\text{sat}}^{689}$ , les incertitudes de fit sont seulement 15% plus grandes que celles obtenues sur des signaux parfaitement Lorentziens, avec les mêmes largeurs, amplitudes, et écarts-types, compte tenu de l'échantillonnage de nos fréquences de spectroscopie.

3. Notons aussi que l'élargissement par temps de transit peut aussi être interprété en terme de décalages Doppler entre les différentes ondes planes selon lesquelles on peut décomposer le faisceau de spectroscopie gaussien.

Si les deux faisceaux sont parallèles, i.e.  $\vec{k}_i = -\vec{k}_r$ , la condition 2.3 implique nécessairement que  $\vec{k}_i \cdot \vec{v} = \vec{k}_r \cdot \vec{v} = 0$ . Les conditions de résonance 2.1 et 2.2 s'écrivent alors  $\omega_0 = \omega_L$  : lorsque le faisceau de spectroscopie est parfaitement rétro-réfléchi, la raie sub-Doppler correspond précisément à la résonance atomique.

En revanche, si les deux faisceaux ne sont pas parallèles, i.e.  $\vec{k}_i \neq -\vec{k}_r$ , tous les atomes ayant une vitesse  $\vec{v}$  telle que  $\vec{v} \perp (\vec{k}_i - \vec{k}_r)$  peuvent être résonants avec les deux faisceaux à la fois, sans que  $\vec{k}_i \cdot \vec{v}$  et  $\vec{k}_r \cdot \vec{v}$  ne soient nuls. Cette résonance sub-Doppler se produit pour un désaccord  $\delta = \omega_0 - \omega_L$  valant :

$$\delta = \sin\left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right) \times \|\vec{k}_i\|v \quad (2.4)$$

avec  $\alpha$  l'angle entre  $\vec{k}_i$  et  $\vec{k}_r$ .

Cependant, une infinité de classes de vitesse peuvent remplir la condition 2.3, chacune contribuant à une raie sub-Doppler ayant un désaccord différent par rapport à la résonance atomique. Leur combinaison résulte en une raie sub-Doppler élargie et distordue en fonction de la distribution des vitesses orthogonales à  $\vec{k}_i - \vec{k}_r$  (que l'on identifiera, pour des petits angles  $\alpha$ , à la distribution des vitesses longitudinales).

Comme les distributions de vitesses longitudinales diffèrent entre notre dispositif et celui de M. Cheneau, les effets d'un mauvais parallélisme des faisceaux incident et réfléchi diffèrent eux aussi. Dans notre dispositif à jet atomique, la distribution des vitesses longitudinales est  $n_2(v) \propto v \exp(-mv^2/(2k_B T))$ , telle qu'on l'a définie dans la partie 2.2. À  $T = 480^\circ\text{C}$ , un écart au parallélisme de  $\alpha = 1$  mrad distordrait la raie sub-Doppler asymétriquement, augmentant ainsi la largeur à mi-hauteur (FWHM) de 310 kHz, et décalant son centre de 190 kHz. En rétro-réfléchissant le faisceau de spectroscopie avec un coin de cube qui limite la déviation du faisceau à  $3''$  ( $5 \times 10^{-2}$  mrad), on maintient le décalage du centre sous les 10 kHz, et l'élargissement sous les 15 kHz, ce qui est de l'ordre de la largeur naturelle de la raie d'intercombinaison.

Si la distribution de vitesse est isotrope dans la région d'interaction (ce qui est le cas pour la cellule à vapeur atomique), l'effet Doppler au premier ordre ne modifie pas le centre de la raie sub-Doppler. La distribution de vitesse est séparable et vaut :  $n(v) \propto \exp(-mv^2/(2k_B T))$  selon n'importe quel axe. Par rapport à notre dispositif, à la même température  $T = 480^\circ\text{C}$ , l'élargissement est plus important (22 kHz FWHM pour  $\alpha = 5 \times 10^{-2}$  mrad), mais la raie reste symétrique : on n'observe donc aucun décalage du maximum.

Un écart au parallélisme entre le faisceau de lecture et les faisceaux de spectroscopie a moins d'impact. L'effet le plus notable est la réduction du signal de spectroscopie : en effet, le faisceau de lecture n'interroge alors pas les classes de vitesses les plus pompées par le faisceau de spectroscopie.

De plus, le large signal Doppler peut être lui aussi décalé si l'écart au parallélisme est grand. Cependant, compte-tenu du rapport entre les largeurs (FWHM) du signal sub-Doppler ( $\approx 100$  kHz) et du signal Doppler ( $\approx 20$  MHz), l'effet est faible ( $< 100$  Hz) tant que l'écart au parallélisme est sous le milliradian.

Voyons, pour finir, les effets plus mineurs (et communs aux deux dispositifs) qui peuvent eux aussi décaler le centre de la raie sub-Doppler, ou la rendre non-Lorentzienne. Le décalage dû au doublet de recul [70] est de  $\pm 4.8$  kHz. Le décalage Doppler au second ordre  $-f_0 v^2/(2c^2)$  [71], où  $f_0$  est la fréquence de la transition et  $c$  la vitesse de la lumière, est de l'ordre de 260 Hz à la vitesse  $\bar{v}_2 = 330$  m.s $^{-1}$  (vitesse moyenne de notre distribution

de vitesses longitudinales  $n_2(v)$ ), soit un décalage relatif de  $\approx 6 \times 10^{-13}$ . Pour nos champs magnétiques sous les 4 G, l'effet Zeeman quadratique est sous les 10 Hz. L'effet Stark AC différentiel de la raie d'intercombinaison due au faisceau de spectroscopie est négligeable, de l'ordre de 0.2 Hz pour  $I \approx 100 \times I_{\text{sat}}$ . Enfin, dans le dispositif de M. Cheneau, la superposition entre le faisceau de lecture et le faisceau de spectroscopie peut causer une distorsion supplémentaire par effet Stark AC à 461 nm. Ils ne l'ont pas observée, certainement parce que la dynamique de la raie d'intercombinaison est bloquée par l'influence de la diffusion du faisceau de lecture loin de son axe. Néanmoins, pour des applications nécessitant une très grande exactitude, utiliser un faisceau de spectroscopie creux [72, 73] permettrait d'éviter cette superposition.

## 2.6 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, on a montré la pertinence de la détection par shelving appliquée à la spectroscopie de la raie d'intercombinaison du strontium. Cette méthode augmente fortement le signal par rapport à l'absorption saturée directe sur la raie étroite, qui est le standard actuel pour les expériences utilisant du strontium [74]. Un signal élevé et une faible instabilité de la mesure sont ainsi obtenues sans devoir déployer trop d'efforts vis-à-vis de la détection, et à faible densité atomique, ce qui garantit la longévité de la source d'atomes, ainsi qu'une faible consommation électrique.

Nous avons en particulier montré que cette méthode de spectroscopie par shelving pouvait être mise en place sur un jet atomique effusif tout comme sur de la vapeur atomique en cellule, ce qui assure qu'elle peut être mise en place - et ce, avec très peu de modifications - sur la plupart des expériences utilisant du strontium.

Sur notre propre dispositif utilisant un jet atomique, nous avons mesuré une instabilité de mesure de  $2 \times 10^{-12}$  à 1 s, malgré une densité atomique faible. Cette instabilité vaut 10 fois la limite d'instabilité que nous avons estimée, qui est imposée par les bruits de grenaille fondamentaux pour nos paramètres expérimentaux. De plus, on suspecte qu'on pourrait gagner deux ordres de grandeur en augmentant la densité atomique, de sorte que l'instabilité relative pourrait atteindre  $3 \times 10^{-14}$  sans changer la géométrie du dispositif.

En plus de l'optimisation des dimensions de la spectroscopie et du faisceau de lecture, d'autres améliorations plus sophistiquées ont été développées ailleurs et pourraient être appliquées ici, comme par exemple interroger avec le faisceau de lecture uniquement les atomes ayant un faible décalage Doppler dans le faisceau de spectroscopie [64], ou implémenter un interféromètre de Ramsey qui sélectionnerait une classe de vitesse longitudinale.

Nos résultats démontrent qu'il serait possible d'appliquer la spectroscopie shelving de la raie d'intercombinaison du strontium à la métrologie de temps et de fréquences, et la forte similarité des échelles de temps et de fréquences avec celles des horloges à jet de calcium [59, 64] vient renforcer cette idée. Là aussi, la spectroscopie shelving devrait amener le bruit de grenaille photonique sous le bruit de grenaille atomique [75], lui-même très faible grâce à la forte densité disponible et le fonctionnement en continu [63].

Compte tenu de la masse élevée du strontium et la température relativement basse qui est requise, un long temps d'interrogation - et donc un faible élargissement par

temps de transit - peut être obtenu avec une distance d'interrogation assez courte, et sans doute sans devoir recourir à des techniques d'interférométrie de Ramsey. On peut donc imaginer utiliser cette technique pour des horloges atomiques transportables et de faible complexité. Ici, nous nous sommes focalisés sur l'optimisation du dispositif à jet atomique ; celui utilisant la vapeur en cellule pourrait être plus avantageux en terme de compacité, simplicité technique, et temps de vie de la source, puis qu'il suffit de le chauffer sous les 400°C pour maximiser le signal ou le rapport signal-sur-bruit. De plus, la distribution des vitesses des atomiques étant isotrope, il permet d'éviter le décalage du centre de la raie dû à l'effet Doppler au premier ordre.

## 2.7 Appendice A - Modèle du rapport signal à bruit et de l'instabilité en fréquence

Dans cet appendice, je ferai le lien entre les quantités physiques réelles et le signal en sortie de la détection synchrone, pour comprendre qualitativement quelles sont les valeurs optimales pour les différents paramètres expérimentaux, et quelles sont les limites de bruits fondamentales.

Nous montrerons comment notre mesure par shelving améliore le signal lumineux au point que c'est le bruit de grenaille atomique qui devient limitant [59], contrairement aux méthodes de spectroscopie directe sur la raie étroite, où c'est le bruit de grenaille photonique qui est limitant [56-58].

Dans toute cette discussion, on supposera que la large distribution de vitesses longitudinales (et donc de temps d'interaction) efface toute influence des cohérences atomiques sur notre spectre. Ainsi, on considérera que les populations de l'état  $^3P_1$  atteignent un état stationnaire après l'interaction avec le laser de spectroscopie, entre 0 (loin de résonance) et 1/2 (à résonance).

Je présenterai d'abord les lois d'échelle qui permettent d'évaluer l'instabilité de la mesure lorsque le faisceau de lecture est peu absorbé. Ensuite, je présenterai des simulations numériques permettant d'aller au delà de cette première estimation qualitative.

### 2.7.1 Lois d'échelle pour l'instabilité

Remontons à la source du signal d'erreur : le faisceau de lecture transmis à travers les atomes, et qui illumine la photodiode. Dans la limite de faible absorption, comme c'était le cas pour les données obtenues sur notre dispositif et présentées plus haut, le nombre de photons absorbés est proportionnel au nombre  $N^{(0)}$  d'atomes avec une vitesse transverse  $\lesssim \Gamma/k_{\text{lect}}$  illuminés par le faisceau de lecture à un instant donné, avec  $k_{\text{lect}} = \frac{2\pi}{461 \text{ nm}}$  le vecteur d'onde du faisceau de lecture, qui, on le rappelle, est résonant avec la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$  de largeur  $\Gamma \sim 2\pi \times 31 \text{ MHz}$ . Lorsque la fréquence du faisceau de spectroscopie saturant s'approche de la résonance, deux classes de vitesse transverse interagissent avec lui, et la population de l'état excité de ces deux classes est d'environ 1/2. On suppose que la largeur  $\delta v$  de ces classes de vitesses est majoritairement dominée par l'élargissement en puissance sur la transition d'intercombinaison :  $\delta v \sim \sqrt{2}\Omega/k_s$ , avec  $k_s = \|\vec{k}_i\| = \|\vec{k}_r\| = \frac{2\pi}{689 \text{ nm}}$  le vecteur d'onde du faisceau de spectroscopie.

Lorsque le faisceau de spectroscopie est hors-résonance, le nombre d'atomes pompés dans l'état  $^3P_1$ , transparents pour le faisceau de lecture, est donc  $N_{\text{shelved}}^{(1)} \propto N^{(0)} \sqrt{2}\Omega/k_s$ .

Lorsqu'il est à résonance, i.e. sur la raie sub-Doppler, une unique classe de vitesse interagit avec lui, mais avec une fréquence de Rabi multipliée par  $\sqrt{2}$ . Le nombre d'atomes pompés vers  $^3P_1$  est alors  $N_{\text{shelved}}^{(2)} \propto N^{(0)}\Omega/k_s$ . Dans la limite de l'absorption faible, le signal sub-Doppler que l'on mesure,  $S$ , est proportionnel à la différence entre ces deux populations d'atomes dans  $^3P_1$ . On a donc :

$$S \propto N_{\text{shelved}}^{(1)} - N_{\text{shelved}}^{(2)} \propto \Omega \quad (2.5)$$

Si l'amplitude de modulation  $2\pi\Delta f$  est plus faible que la largeur de la raie d'intercombinaison élargie en puissance  $\gamma(I) \sim \sqrt{2}\Omega$ , le signal dispersif  $S'$  en sortie de la détection synchrone est proportionnel à la dérivée de  $S$  par rapport à la fréquence du laser de spectroscopie, multipliée par  $\Delta f$ . Comme la valeur maximale de  $S$  et la largeur du spectre sont toutes les deux proportionnelles à  $\Omega$ , les extrema de  $S'$  ne dépendent pas d' $\Omega$ , mais seulement de  $\Delta f$  :

$$\max(S') \propto \Delta f \quad (2.6)$$

La pente de  $S'$  à la résonance vaut donc :

$$S'' \propto \Delta f/\Omega \quad (2.7)$$

Enfin, l'instabilité en fréquence à court terme  $\delta f$  (mesurée dans la partie 2.4.2), est évaluée en faisant le rapport du bruit sur  $S'$ , noté  $\delta S'$  et de la pente  $S''$ . On a donc :

$$\delta f = \frac{\delta S'}{S''} \propto \Omega \frac{\delta S'}{\Delta f} \quad (2.8)$$

Le bruit  $\delta S'$  peut être dominé par des bruits techniques, ou avoir une origine fondamentale. Si le bruit  $\delta S'$  est technique, additif et indépendant de  $\Omega$  et  $\Delta f$ , alors l'instabilité à court terme peut être optimisée quelle que soit la puissance du laser de spectroscopie en faisant varier linéairement l'amplitude de modulation  $\Delta f$  en fonction de l'élargissement en puissance  $\Omega$  (tant que  $2\pi\Delta f < \gamma(I) \sim \sqrt{2}\Omega$ , comme on l'a supposé plus haut). On retrouve donc les lois d'échelle évoquées dans la partie 2.4, figures 2.3 et 2.4.

## 2.7.2 Modèle numérique

On développe ici un modèle numérique de la force du signal et du rapport signal-à-bruit maximum que l'on peut atteindre compte tenu des bruits de grenaille fondamentaux. Ce rapport signal-à-bruit maximum permet ensuite de déduire l'instabilité en fréquence minimale. On considérera deux sources de bruit fondamental : le bruit de grenaille atomique, et le bruit de grenaille photonique du faisceau de lecture arrivant sur le détecteur. Ce modèle ne suppose pas que l'absorption soit faible, mais suppose que c'est toujours l'élargissement en puissance qui domine. Ses résultats (pour les paramètres expérimentaux de notre dispositif à jet atomique) sont exposés en fig. 2.5.

On caractérise l'absorption du faisceau de lecture par trois valeurs :

1. sa valeur asymptotique lorsque les faisceaux de spectroscopie sont loin de la résonance,  $A^{(0)}$  ;

2. sa valeur lorsque les faisceaux de spectroscopie sont proches de la résonance, mais pas encore sur la raie sub-Doppler,  $A^{(1)}$  ;
3. sa valeur au centre de la raie sub-Doppler,  $A^{(2)}$ .

Pour décrire les effets du shelving, on utilisera la densité optique, notée  $OD^{(i)}$  (avec  $i \in \{0, 1, 2\}$ ) et liée directement à l'absorption par la loi de Beer-Lambert :  $A^{(i)} = 1 - \exp(-OD^{(i)})$ .

Les  $N^{(0)}$  atomes qui absorbent le faisceau de lecture ont une distribution de vitesse selon la direction de propagation du faisceau de lecture limitée par effet Doppler :  $k_{\text{lect}} \times \delta v \sim \Gamma$ .

La distribution de vitesses transverses (i.e. selon la direction du faisceau de spectroscopie) des atomes pompés vers  $^3P_1$  par un seul faisceau de spectroscopie, a, elle aussi, une largeur limitée par effet Doppler à  $k_s \times \delta v_s \sim \sqrt{2}\Omega$ . Avec deux faisceaux, comme on l'a déjà évoqué, il y a soit deux classes de vitesses différentes pompées vers  $^3P_1$  (quand le laser de spectroscopie n'est pas parfaitement résonant), soit une unique classe de vitesse (à résonance), pompée avec une fréquence de Rabi multipliée par  $\sqrt{2}$  par rapport au cas non-résonant. On suppose que, pour les atomes résonants avec au moins un faisceau de spectroscopie, l'occupation de l'état  $^3P_1$  atteint 1/2, sa valeur asymptotique. Ainsi, en prenant en compte les atomes pompés vers  $^3P_1$ , la densité optique perçue par le faisceau de lecture s'écrit, selon que le faisceau de spectroscopie est loin de la raie sub-Doppler ou non (resp.) :

$$OD^{(1)} = OD^{(0)} \left( 1 - \frac{\sqrt{2}\Omega}{\Gamma} \frac{\lambda_{\text{spectro}}}{\lambda_{\text{lect}}} \right) \quad (2.9)$$

$$OD^{(2)} = OD^{(0)} \left( 1 - \frac{\Omega}{\Gamma} \frac{\lambda_{\text{spectro}}}{\lambda_{\text{lect}}} \right) \quad (2.10)$$

Cherchons maintenant à exprimer, en fonction de  $A^{(1)}$  et  $A^{(2)}$ , le maximum du signal en sortie de la détection synchrone,  $\max(S')$ , que l'on écrira pour simplifier  $S'$ . On suppose que la fréquence de modulation est faible devant la largeur naturelle de la raie d'intercombinaison, comme c'était le cas lors de nos mesures :  $2500 \text{ Hz} < \gamma/2\pi$ . En choisissant la valeur optimale de l'excursion en fréquence de la modulation de fréquence, de l'ordre de la largeur de la raie, on considère que  $S'$  est la différence entre les intensités du faisceau de lecture transmis à travers le jet atomique, selon que le faisceau de spectroscopie est résonant ou non avec la raie sub-Doppler :

$$S' = G \left( P\tau \frac{\lambda_{\text{lect}}}{hc} (1 - A^{(2)}) \right) - G \left( P\tau \frac{\lambda_{\text{lect}}}{hc} (1 - A^{(1)}) \right) \quad (2.11)$$

$$= G \left( N_{\text{ph}}^{t,(2)} - N_{\text{ph}}^{t,(1)} \right) \quad (2.12)$$

où  $G$  inclut tout les gains de la chaîne de détection, de la photodiode à la détection synchrone. On suppose qu'il n'est pas affecté par le bruit.  $P$  est la puissance du faisceau de lecture,  $\tau$  le temps de mesure typique, et  $N_{\text{ph}}^{t,(i)}$  le nombre de photons transmis à la photodiode.

On considère que les mesures de  $N_{\text{ph}}^{t,(2)}$  et  $N_{\text{ph}}^{t,(1)}$  sont indépendantes. L'échelle de temps la plus courte est le temps de transit moyen des atomes dans le faisceau de lecture,

$\tau = t_{\text{sample}}$ , durée après laquelle les atomes interagissant avec le faisceau sont entièrement renouvelés. On modélise le faisceau de lecture, faisceau Gaussien avec un waist  $w$ , par un faisceau uniforme de rayon  $w/\sqrt{2}$ . On a alors  $t_{\text{sample}} \sim (\sqrt{\pi/2} \times w)/v_2 = 1.7 \mu\text{s}$  sur notre dispositif.

Pour estimer les effets des bruits atomiques et photoniques sur le signal d'erreur  $S'$ , on raisonne comme suit :

(i) Pour les mesures de  $N_{\text{ph}}^{t,(2)}$  et  $N_{\text{ph}}^{t,(1)}$ , on fait les estimations suivantes :

- Le nombre de photons incidents (i.e. avant les atomes) vaut  $\langle N_{\text{ph}}^i \rangle = \frac{P\tau\lambda_{\text{lect}}}{hc}$ . C'est un processus Poissonien. La transmission de ces photons est un processus aléatoire pour chaque photon, avec une probabilité  $T = (1 - A)$ .
- Comme les atomes illuminés par le faisceau de lecture sont entièrement renouvelés tous les  $t_{\text{sample}}$ , le nombre d'atomes dans le faisceau de lecture fluctue, tout comme la probabilité de transmission pour chaque photon incident,  $T : \langle T^2 \rangle \neq \langle T \rangle^2$ , où les moyennes sont prises sur les réalisations successives de l'échantillon d'atomes. On estime que le nombre moyen d'atomes interrogés à un temps donné à partir des densités optiques et des waists du faisceau de lecture ( $w$  selon le jet atomique,  $w_{\perp}$  selon la direction transverse) :

$$\langle N^{(0)} \rangle \approx \frac{\pi w w_{\perp}}{2} \times \text{OD} \times \frac{2\pi}{3\lambda_{\text{lect}}^2} \quad (2.13)$$

$$\langle N^{(1)} \rangle = \langle N^{(0)} \rangle \left( 1 - \frac{\sqrt{2}\Omega}{\Gamma} \frac{\lambda_{\text{spectro}}}{\lambda_{\text{lect}}} \right) \quad (2.14)$$

$$\langle N^{(2)} \rangle = \langle N^{(0)} \rangle \left( 1 - \frac{\Omega}{\Gamma} \frac{\lambda_{\text{spectro}}}{\lambda_{\text{lect}}} \right) \quad (2.15)$$

En supposant que les fluctuations autour de ces nombres d'atomes moyens sont Poissoniennes, on estime la variance du coefficient de transmission  $\text{Var}(T) = \langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2$  en échantillonnant la loi de Beer-Lambert.

- On calcule ensuite numériquement les statistiques du nombre de photons transmis à la photodiode durant  $t_{\text{sample}}$ . En combinant les statistiques Poissoniennes du nombre de photons incidents,  $N_{\text{ph}}^i$ , et le coefficient de transmission  $T$  (qui fluctue), on peut démontrer que le nombre de photons transmis a la statistique suivante :

$$\langle N_{\text{ph}}^t \rangle = \langle T \rangle \langle N_{\text{ph}}^i \rangle \quad (2.16)$$

$$\text{Var}(N_{\text{ph}}^t) = \langle T \rangle \langle N_{\text{ph}}^i \rangle + \text{Var}(T) \langle N_{\text{ph}}^i \rangle^2 \quad (2.17)$$

Dans l'équation 2.17, le terme  $\langle T \rangle \langle N_{\text{ph}}^i \rangle$  correspond au bruit de grenaille photonique dans la lumière transmise, qui est Poissonien, tandis que le terme en  $\text{Var}(T) \langle N_{\text{ph}}^i \rangle^2$  englobe les effets des fluctuations du coefficient de transmission, dus au bruit de grenaille atomique. Cette formule pourrait facilement être modifiée pour inclure les effets des fluctuations techniques de l'intensité du faisceau de lecture.

(ii) On combine maintenant les effets de la mesure différentielle entre le laser de spectroscopie à résonance et hors-résonance,  $S' = G \left( N_{\text{ph}}^{t,(2)} - N_{\text{ph}}^{t,(1)} \right)$  (où, on le rappelle, les mesures des nombres de photons transmis  $N_{\text{ph}}^{t,(i)}$  sont considérées indépendantes),

avec l'effet de l'intégration de  $t_{\text{sample}}$  jusqu'à  $t_{\text{integr}}$ . On prend en compte le fait que le temps de mesure total est divisé entre les étapes (1) et (2) (i.e. hors-résonance et à résonance, resp.).

Ainsi, le rapport signal-à-bruit, limité par les bruits de grenaille, vaut :

$$\text{SNR} = \sqrt{\frac{t_{\text{integr}}}{2t_{\text{sample}}}} \sqrt{\frac{(\langle N_{\text{ph}}^{t,(2)} \rangle - \langle N_{\text{ph}}^{t,(1)} \rangle)^2}{\text{Var}(N_{\text{ph}}^{t,(2)}) + \text{Var}(N_{\text{ph}}^{t,(1)})}} \quad (2.18)$$

Pour une raie Lorentzienne, l'instabilité de la mesure de fréquence au temps  $t_{\text{integr}}$ ,  $\delta f$ , est liée au rapport signal-à-bruit par :

$$\delta f = \frac{\gamma(I)}{2\pi} \frac{3\sqrt{3}}{32} \frac{1}{\text{SNR}} \quad (2.19)$$

avec  $\frac{\gamma(I)}{2\pi}$  la largeur totale à mi-hauteur (FWHM) de la raie en prenant en compte tous les mécanismes d'élargissement, telle qu'on l'avait introduite dans la partie 2.4 :  $\frac{\gamma(I)}{2\pi} \approx 114$  Hz dans les conditions de la figure 2.2.

Le résultat est montré sur la figure 2.5, en faisant varier l'absorption, mais en gardant la géométrie et les paramètres du jet atomique de la figure 2.2. Grâce à la détection par shelving sur une raie large, l'effet du bruit de grenaille photonique est inférieur au bruit de grenaille atomique pour des absorptions allant de 0.06 à 0.98. On observe que le signal maximum serait obtenu avec une absorption de l'ordre de 0.6. La limite fondamentale pour le rapport signal-à-bruit est atteinte pour des absorptions encore plus élevées. Dans le régime de notre expérience (7% d'absorption), la limite fondamentale au rapport signal-à-bruit est de 220, soit environ 10 fois supérieure à celle que l'on parvient à atteindre. En utilisant un milieu très absorbant, la limite fondamentale au rapport signal-à-bruit pourrait atteindre 1500, ce qui correspondrait à une instabilité en fréquence à 1 s de 12 Hz, soit une instabilité relative en fréquence de  $2 \times 10^{-14}$ .

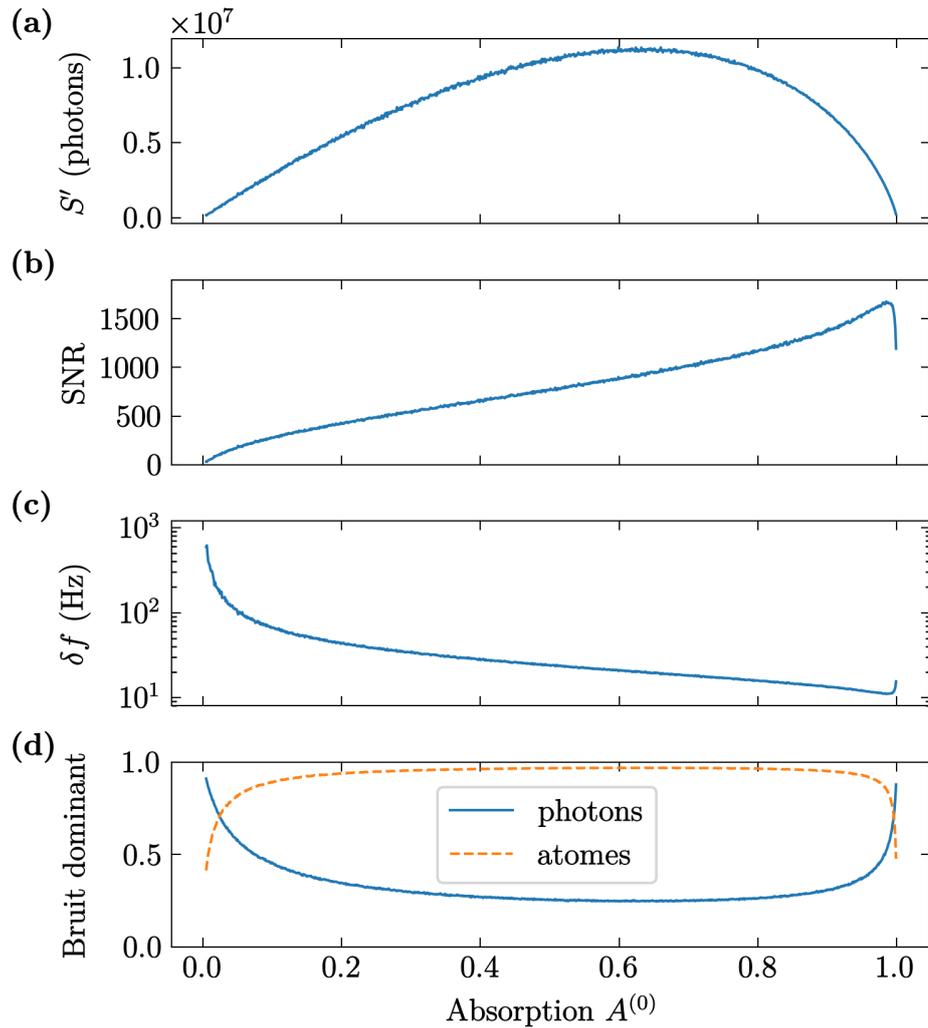


FIGURE 2.5 – Modèle des limites du rapport signal-à-bruit dues aux bruits de grenaille, en fonction de l’absorption du faisceau de lecture, lorsque le faisceau de spectroscopie est éteint. Les paramètres techniques (géométrie, intensités des faisceaux, etc.) correspondent à ceux de notre dispositif à jet atomique, présenté en fig. 2.2, à  $83 I_{\text{sat}}$ . (a) Maximum du signal en sortie de la détection synchrone,  $S'$ , exprimé comme une différence de nombre de photons divisée par la durée de modulation. Il est proportionnel au rapport signal-à-bruit dans le cas où le bruit dominant est technique et additif. (b) Rapport signal-à-bruit dans le cas où le bruit dominant sont les bruits de grenaille fondamentaux, atomique et photonique. (c) Limite fondamentale correspondante de l’instabilité en fréquence à 1 s (échelle log-lin). (d) Comparaison du rôle joué par chacun des deux bruits de grenaille, normalisés quadratiquement ensemble.

## 2.8 Appendice B - Robustesse face à une référence secondaire

Pour caractériser la référence de fréquence que constitue notre dispositif, il nous faut le comparer à une seconde référence. Ne disposant pas d'une référence externe absolue, on mesure la différence de fréquence entre la raie sub-Doppler de notre spectroscopie shelving et la résonance de la cavité ultra-stable dont on se sert pour asservir en fréquence le laser de spectroscopie.

Cette mesure, à court et long terme, donne une idée de la robustesse de la spectroscopie shelving et du comportement à long terme des cavités ultrastables. Notre cavité ultrastable Stable Laser Systems est sous vide et stabilisée en température, comme on l'a vu dans la partie 1.4.

Sur notre dispositif, à l'échelle d'une journée, nous avons caractérisé la robustesse de la mesure à partir des données (dont celles des figures 2.2 à 2.4) acquises pour une grande plage d'intensités du faisceau de spectroscopie (de 20 à  $400 I_{\text{sat}}$ ) et d'amplitudes de modulation (de 12.5 à 115 kHz). On observe une dérive linéaire au cours du temps du centre des raies ; l'écart type de la mesure de ces dérives est de l'ordre de 1.6 kHz, ce qui donne une borne supérieure à la robustesse de la mesure. Les déviations les plus fortes, de l'ordre de 10 kHz, se produisaient toutes pour des mesures avec de hautes puissances du laser de spectroscopie ( $\geq 180 I_{\text{sat}}$ ).

Avec le dispositif de vapeur en cellule, l'équipe de M. Cheneau a pris des mesures pendant 6 mois. Le résultat est résumé en figure 2.6.

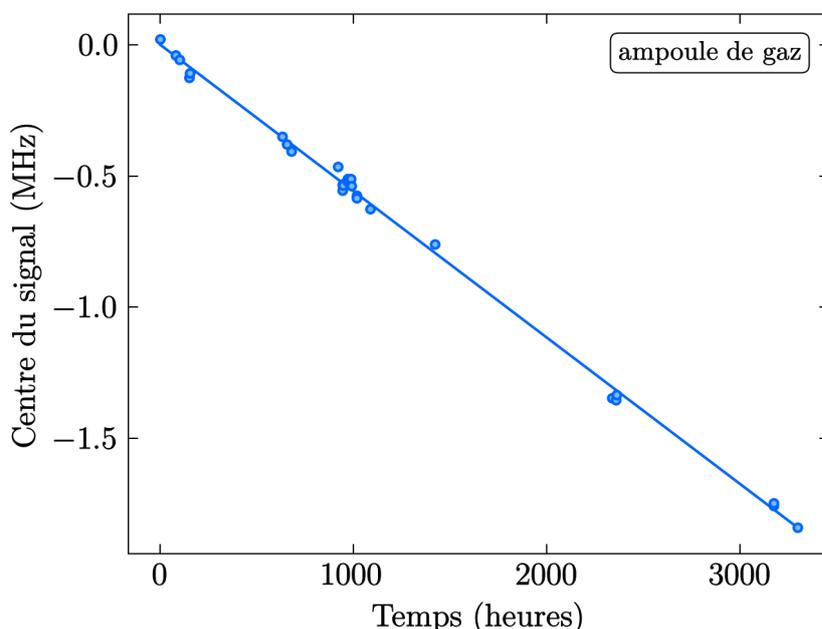


FIGURE 2.6 – Position du centre de la raie par rapport à celle de la cavité optique de référence, en fonction du temps. Cette courbe rassemble 29 mesures réalisées sur la vapeur en cellule, chacune faite avec des paramètres expérimentaux différents : puissance du faisceau de spectroscopie, amplitude de modulation, etc. Les données expérimentales (cercles bleus) suivent une régression linéaire (ligne bleue) avec une pente de  $-155.11(50) \text{ mHz}\cdot\text{s}^{-1}$

Ces données ont été enregistrées avec une plage de paramètres similaires à la nôtre (puissance du faisceau de spectroscopie, amplitude de modulation, etc.). Leur cavité a été maintenue à température constante pendant l'entièreté de la mesure. On observe une dérive de fréquence linéaire entre les deux références, avec une pente de  $-155.11$  (50)  $\text{mHz}\cdot\text{s}^{-1}$ . On s'attend à une telle dérive lorsqu'on utilise une cavité optique comme référence : elle peut être due au vieillissement du matériau qui fixe la distance entre les deux miroirs de la cavité [60, 76]. La valeur r.m.s. des résidus du fit est de 24 kHz sur 6 mois. On ne peut pas faire la distinction entre la robustesse de la mesure de spectroscopie shelving et des fluctuations de la résonance de la cavité qui la feraient dévier de la dérive linéaire.

# Chapitre 3

## Transfert d'impulsion dépendant du spin

### 3.1 Introduction

On l'a vu, la raie d'intercombinaison  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$  est un outil puissant pour manipuler sélectivement les degrés de spin du  $^{87}\text{Sr}$  sans trop d'émission spontanée. La raie large, quant à elle, nous offre la possibilité de mesurer les populations totales en absorption ou en fluorescence avec un rapport signal à bruit satisfaisant dans des temps courts, mais sans sélectivité en spin.

La méthode que je vais présenter ici exploite cette synergie pour séparer spatialement les différents états de spin de l'état fondamental du  $^{87}\text{Sr}$  à l'aide de la raie d'intercombinaison - tout en préservant l'information sur leur distribution d'impulsion initiale -, puis d'en faire l'image via la raie large.

Ce faisant, cette méthode ouvre la voie à des nouvelles mesures de corrélations pour l'étude du magnétisme quantique  $\text{SU}(N)$ , dépendantes du spin et de l'impulsion. Cela serait difficile à réaliser en utilisant les outils classiques qui s'appuient sur le champ magnétique, comme la séparation Stern-Gerlach, à cause du faible facteur de Landé de l'état fondamental.

### 3.2 Description simplifiée de notre méthode de mesure des populations de spin d'un nuage ultrafroid de $^{87}\text{Sr}$

Nous souhaitons mesurer la population de n'importe quel état de spin de notre nuage ultrafroid. Pour cela, nous cherchons à séparer spatialement tous les atomes dans cet état de spin du reste du nuage, puis à mesurer leur nombre par absorption ou par fluorescence.

En premier lieu, il nous faut pouvoir différencier les états de spin de  $^3P_1$ . On applique donc un champ magnétique de biais, qui lève la dégénérescence entre les différents sous-états Zeeman  $m_F$  (voir fig. 3.1(a)). Le facteur de Landé de  $^3P_1$ ,  $F = 11/2$  vaut  $g_F \approx 0.273$  (soit une séparation entre deux états  $m_F$  consécutifs de  $\mu_B g_F \approx 382$  kHz/G), contre une séparation entre deux états  $m_F$  consécutifs du fondamental d'environ 100 Hz/G. Avec un

champ de biais de  $B = 16$  G, deux états  $m_F$  du fondamental sont séparés de seulement 1.6 kHz environ, alors que deux états  $m_F$  successifs du niveau  $^3P_1$ ,  $F = 11/2$  sont séparés d'environ 6 MHz. Cette séparation des états  $m_F$  du  $^3P_1$  est très grande devant  $\Gamma_{689} = 7.4$  kHz, ainsi que devant l'élargissement par effet Doppler  $\Delta f_{\text{Doppler}} = \frac{c}{\lambda} \sqrt{\frac{8k_B T \ln(2)}{m c^2}} = 11$  kHz à 100 nK. Les transitions depuis le fondamental vers les différents états Zeeman  $m_F$  du niveau  $^3P_1$  sont donc bien résolues. On voit ici un des avantages d'utiliser la raie fine : un faible champ de biais suffit à séparer spectralement les différentes transitions hyperfines.

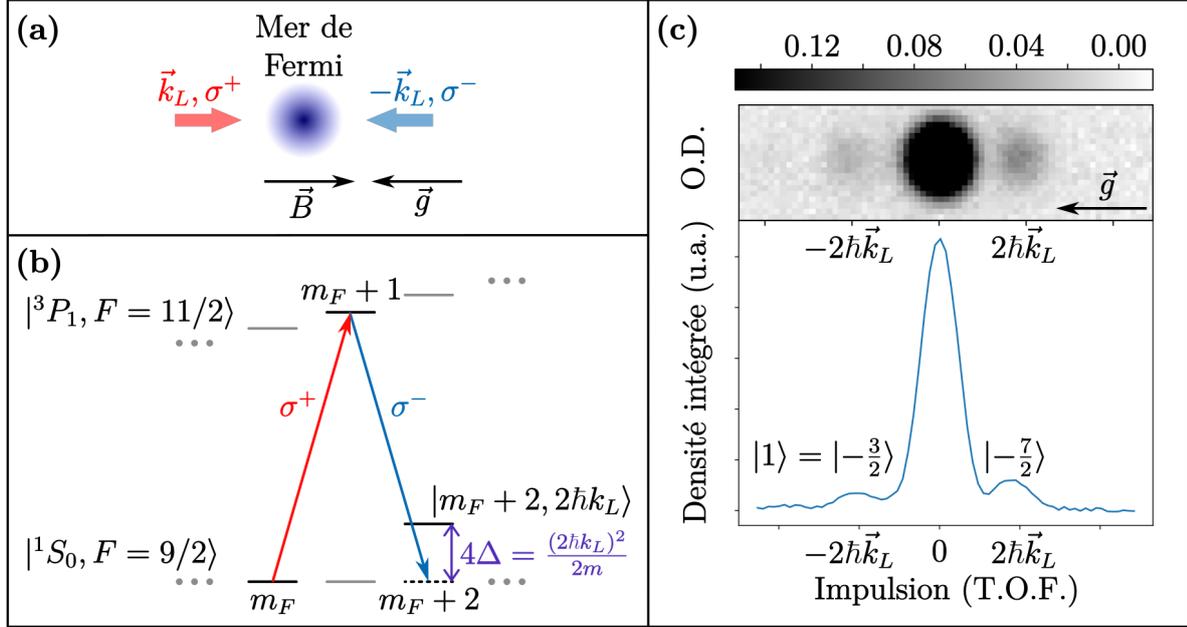


FIGURE 3.1 – (a) Configuration expérimentale, avec  $\vec{B}$  le champ magnétique de biais et  $\vec{g}$  la gravité. Le nuage de  $^{87}\text{Sr}$  ultrafroid est plongé dans un faisceau rétro-réfléchi  $\sigma_+/\sigma_-$  et un champ magnétique uniforme, orienté selon la direction de propagation du laser. Nous verrons dans la partie 3.6.1 comment nous avons déterminé que le faisceau ascendant est  $\sigma^+$  et le faisceau descendant  $\sigma^-$ . (b) Structure de niveaux : un effet Zeeman linéaire dans l'état excité  $^3P_1$  permet de coupler sélectivement deux états de spin du fondamental  $|^1S_0, m_F\rangle$  et  $|^1S_0, m_F + 2\rangle$ , par une transition Raman quasi-résonante via  $|^3P_1, m_F + 1\rangle$ . Des impulsions  $+2\hbar\vec{k}_L$  et  $-2\hbar\vec{k}_L$  sont transférées, respectivement, à ces deux sous-états du fondamental lors de ce couplage Raman. (c) Image en absorption du nuage atomique suite après le processus adiabatique de transfert de moment et un temps de vol, et le profil de densité intégrée 1D. Les deux états de spin sélectionnés par la fréquence laser (ici, initialement,  $m_F = -\frac{3}{2}$  et  $m_F = -\frac{7}{2}$ ) sont diffractés hors de la mer de Fermi SU(10) et dans des directions opposées, alors que les 8 autres états de spin restent immobiles.

Ensuite, notre idée est d'utiliser un laser rétro-réfléchi  $\sigma_+/\sigma_-$  (vecteur d'onde  $\pm\vec{k}_L$ ) pour piloter une transition Raman qui transmet une impulsion  $+2\hbar\vec{k}_L$  aux atomes initialement dans l'état  $|1\rangle = |^1S_0, m_F, 0\hbar\vec{k}_L\rangle$ , les transférant ainsi dans l'état  $|3\rangle = |^1S_0, m_F + 2, +2\hbar\vec{k}_L\rangle$  via  $|2\rangle = |^3P_1, m_F + 1, +\hbar\vec{k}_L\rangle$  (voir fig. 3.1(a) et (b)). Autrement dit, les atomes dans l'état  $|m_F\rangle$  absorbent un photon du faisceau incident  $\sigma_+$  et ré-émettent de façon stimulée un photon dans le faisceau réfléchi  $\sigma_-$ . Le processus inverse

se déroule simultanément : les atomes initialement dans l'état  $|1'\rangle = |^1S_0, m_F + 2, 0\hbar\vec{k}_L\rangle$  sont transférés dans l'état  $|3'\rangle = |^1S_0, m_F, -2\hbar\vec{k}\rangle$  via  $|2'\rangle = |^3P_1, m_F + 1, -\hbar\vec{k}_L\rangle$ . Dans notre expérience,  $+\vec{k}_L$  est colinéaire à  $\vec{g}$ , la gravité, et, par convention, de sens opposé.

La température de Fermi  $T_F$  de notre nuage atomique est inférieure ou égale à l'énergie de recul (typiquement  $k_B T_F \approx 1.0 \times \frac{(\hbar k_L)^2}{2m}$ , soit  $k_F \approx k_L$ ) et la température du nuage est elle-même faible devant la température de Fermi et donc l'énergie de recul ( $\frac{T}{T_F} \approx 0.2$ ). Après un temps de vol, les atomes auxquels on a transféré  $\pm 2\hbar k_L$  sont donc spatialement séparés du nuage central obtenu par évaporation. De part et d'autre de ce dernier, on obtient deux autres nuages, polarisés dans l'état  $|m_F + 2\rangle$  et  $|m_F\rangle$ , et qui correspondent respectivement aux atomes qui se trouvaient initialement dans les états  $|m_F\rangle$  et  $|m_F + 2\rangle$ . On peut en mesurer les populations et la forme par absorption sur la raie large (voir fig. 3.1(c)).

### 3.3 Description théorique de notre processus de diffraction

Notre processus de diffraction est un processus de suivi adiabatique de l'état  $|1\rangle = |^1S_0, m_F, 0\hbar\vec{k}_L\rangle$  vers l'état  $|3\rangle = |^1S_0, m_F + 2, 2\hbar\vec{k}_L\rangle$  (et simultanément, de  $|1'\rangle = |^1S_0, m_F + 2, 0\hbar\vec{k}_L\rangle$  vers  $|3'\rangle = |^1S_0, m_F, -2\hbar\vec{k}_L\rangle$ ) faisant intervenir un état intermédiaire  $|2\rangle = |^3P_1, m_F + 1, \hbar\vec{k}_L\rangle$  (resp.  $|2'\rangle = |^3P_1, m_F + 1, -\hbar\vec{k}_L\rangle$ ) dans une structure en  $\Lambda$  (voir fig. 3.2).

$$\begin{array}{ll} |1\rangle = |m_F, 0\hbar\vec{k}_L\rangle & |m_F + 2, 0\hbar\vec{k}_L\rangle \\ |2\rangle = |^3P_1, m_F + 1, \hbar\vec{k}_L\rangle & \text{ou} \quad |^3P_1, m_F + 1, -\hbar\vec{k}_L\rangle \\ |3\rangle = |m_F + 2, 2\hbar\vec{k}_L\rangle & |m_F, -2\hbar\vec{k}_L\rangle \end{array}$$

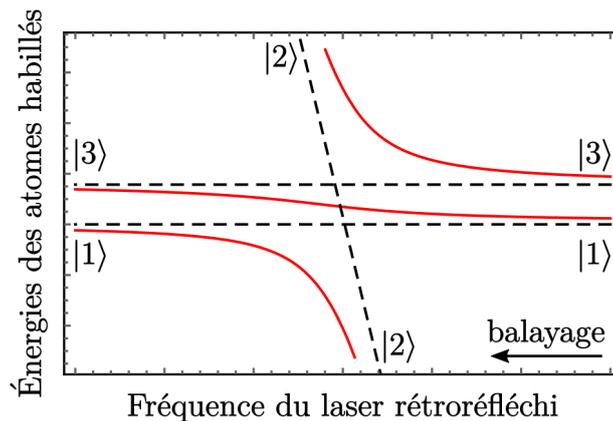


FIGURE 3.2 – Énergies de l'atome habillé dans l'approximation de l'onde tournante, en fonction de la fréquence laser, avec (lignes pleines) et sans (pointillés) couplage avec la lumière. Un balayage en fréquence du laser connecte adiabatiquement un état de spin à un autre état de spin avec du recul.

Écrivons l'Hamiltonien du couplage laser entre ces trois états, dans la base habillée :

$$H = \hbar \begin{bmatrix} 0 & \Omega_1/2 & 0 \\ \Omega_1/2 & \Delta - \delta & \Omega_2/2 \\ 0 & \Omega_2/2 & 4\Delta \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

avec  $\Delta = \frac{\hbar k_L^2}{2m}$  la fréquence de recul,  $\{\Omega_1, \Omega_2\}$  les fréquences de Rabi associées au laser rétro-réfléchi, et  $\delta = \omega_L - \omega_0$  le désaccord entre la fréquence de la transition  $|^1S_0, m_F\rangle \rightarrow |^3P1, m_F + 1\rangle$  (en incluant le décalage par effet Zeeman)  $\omega_0$  et la fréquence du laser  $\omega_L$ .

Pour le processus de diffraction depuis  $|1'\rangle = |^1S_0, m_F + 2, 0\hbar k_L\rangle$ , on retrouve une autre structure en  $\Lambda$  indépendante, avec un Hamiltonien analogue mais où  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont inversés.

Pour simplifier l'écriture des raisonnements analytiques que l'on va exposer ci-dessous, on néglige pour l'instant l'effet très faible du champ magnétique sur la séparation en énergie des niveaux du fondamental  $|1\rangle$  et  $|3\rangle$ . On verra cependant qu'il a un effet très visible lors des mesures de populations des 10 états de spin du fondamental.

Surprenamment, il est difficile de diagonaliser l'Hamiltonien de couplage de façon analytique, et ce quelle que soit la valeur de  $\delta$ . Pour ne pas se contenter d'une résolution numérique, nous allons obtenir, en utilisant la théorie des perturbations, une expression analytique approchée des vecteurs propres de cet Hamiltonien dans deux cas limites :  $\delta = 0$  et  $\|\delta\| \gg \Omega$ .

Cette partie sera donc découpée en trois sous-parties. Dans la première (3.3.1), nous allons diagonaliser l'Hamiltonien de couplage dans le cas où  $\delta = 0$ , ce qui va nous permettre de constater que l'état intermédiaire du transfert de  $|1\rangle$  vers  $|3\rangle$  est un état quasi-noir. Ensuite (partie 3.3.2) nous le diagonaliserons dans le cas  $\|\delta\| \gg \Omega$ . Nous verrons ainsi que l'efficacité de diffraction dépend du désaccord du laser rétro-réfléchi à l'instant initial. Enfin, la troisième partie, 3.3.3, sera consacrée à l'étude de l'influence des effets dynamiques sur l'efficacité de transfert.

### 3.3.1 Diagonalisation de l'Hamiltonien de couplage dans le cas où $\delta = 0$

Dans le cas  $\delta = 0$ , c'est  $\Delta$  que nous traitons comme une perturbation. L'Hamiltonien non perturbé s'écrit donc, dans la base  $(|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle)$  :

$$H_{\Delta=0} = \hbar \begin{bmatrix} 0 & \Omega_1/2 & 0 \\ \Omega_1/2 & 0 & \Omega_2/2 \\ 0 & \Omega_2/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Il nous faut d'abord diagonaliser  $H_{\Delta=0}$ , ce qui permet de mettre en évidence la proximité du processus - déjà très claire vu la structure de niveaux ! - avec ceux de l'EIT ou du STIRAP. Ses valeurs propres sont  $0$ ,  $-\frac{1}{2}\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$  et  $\frac{1}{2}\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$ , auxquelles sont

respectivement associés les vecteurs propres :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}(-\Omega_2 |1\rangle + \Omega_1 |3\rangle) \\ & \frac{1}{\sqrt{2(\Omega_1^2 + \Omega_2^2)}}(\Omega_1 |1\rangle - \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} |2\rangle + \Omega_2 |3\rangle) \\ \text{et} & \frac{1}{\sqrt{2(\Omega_1^2 + \Omega_2^2)}}(\Omega_1 |1\rangle + \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} |2\rangle + \Omega_2 |3\rangle) \end{aligned}$$

L'état  $\frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}(-\Omega_2 |1\rangle + \Omega_1 |3\rangle)$  est un état noir. C'est le seul état propre dont on va écrire ici le développement perturbatif à l'ordre 1 en  $\Delta$  car c'est lui qui, une fois perturbé, connecte  $|1\rangle$  à  $|3\rangle$ .

Nous vérifierons la validité de ce raisonnement avec une comparaison entre la matrice diagonalisée par Mathematica (qui ne retourne qu'un résultat numérique) et l'état intermédiaire obtenu par calcul perturbatif.

On note  $H_{pert}$  l'hamiltonien qui perturbe  $H_{\Delta=0}$ . Dans la base  $(|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle)$ , il s'écrit :

$$H_{pert} = \hbar \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 4\Delta \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

En appliquant la théorie des perturbations au premier ordre à l'état noir  $\frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}(-\Omega_2 |1\rangle + \Omega_1 |3\rangle)$ , on obtient l'état  $|\psi_c\rangle$  :

$$|\psi_c\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}(\Omega_1 |3\rangle - \Omega_2 |1\rangle) - 8\Delta \frac{\Omega_1 \Omega_2}{(\Omega_1^2 + \Omega_2^2)^{\frac{3}{2}}} |2\rangle \quad (3.4)$$

qui est donc un état quasi-noir : sa projection sur l'état excité  $|2\rangle$ , et donc l'émission spontanée, diminue d'autant plus qu' $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont grands devant  $\Delta$ .

On vérifie la validité de ce calcul perturbatif en comparant les projections de cet état sur la base  $(|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle)$  avec celles obtenues par calcul numérique sur Mathematica (voir fig. 3.3).

### 3.3.2 Diagonalisation de l'Hamiltonien de couplage dans le cas où $\|\delta\| \gg \Omega$

Dans le cas  $\|\delta\| \gg \Omega_1, \Omega_2$ , c'est  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  que nous traitons comme des perturbations. L'Hamiltonien non perturbé  $H_{\Omega=0}$  s'écrit donc :

$$H_{\Omega=0} = \hbar \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta - \delta & 0 \\ 0 & 0 & 4\Delta \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

et l'Hamiltonien de perturbation  $H_{pert}$  s'écrit :

$$H_{pert} = \hbar \begin{bmatrix} 0 & \Omega_1/2 & 0 \\ \Omega_1/2 & 0 & \Omega_2/2 \\ 0 & \Omega_2/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

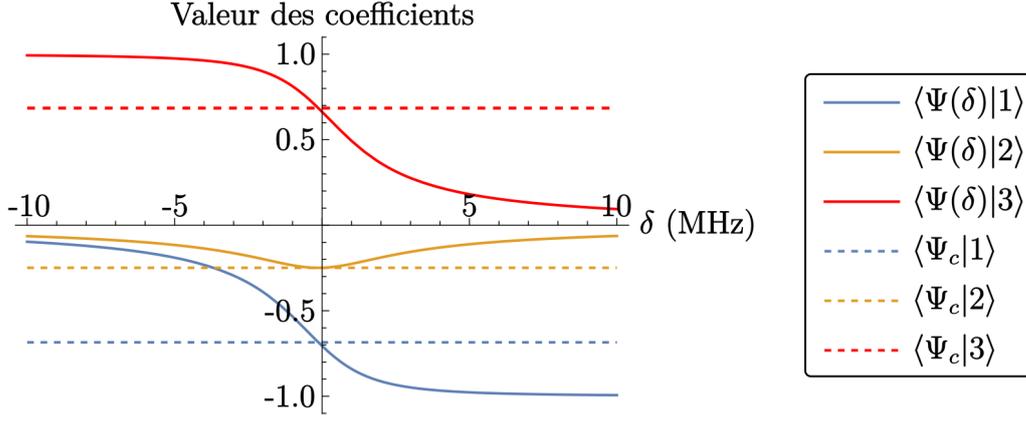


FIGURE 3.3 – Comparaison entre la projection de l'état  $|\Psi_c\rangle$  obtenu par calcul perturbatif sur la base  $(|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle)$  (en pointillés) et la projection (sur cette même base) de l'état propre reliant adiabatiquement  $|1\rangle$  à  $|3\rangle$  tel que calculé numériquement par Mathematica, noté  $|\Psi(\delta)\rangle$ , dans le cas où  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ . On constate qu'à  $\delta = 0$ , les deux projections correspondent bien.

Nous cherchons à voir comment l'état  $|1\rangle$  est perturbé par le couplage laser pour un désaccord  $\delta \gg \Omega_1, \Omega_2$ , et de même comment  $|3\rangle$  est perturbé pour un désaccord  $-\delta \gg \Omega_1, \Omega_2$ . Nous noterons les états perturbés ainsi obtenus  $|\Psi_1\rangle$  et  $|\Psi_3\rangle$ , respectivement. Comme il s'agit d'un processus à deux photons, nous devons utiliser la théorie des perturbations au second ordre. L'efficacité du processus de diffraction dépend - entre autres - de la proximité entre  $|1\rangle$ , l'état initial dans lequel sont nos atomes avant l'allumage du laser de diffraction, et  $|\Psi_1\rangle$ , état de départ du transfert adiabatique vers  $|3\rangle$ , dans lequel on souhaite que le maximum d'atomes se trouvent au début du balayage en fréquence du laser. On va montrer ci-dessous que plus le désaccord initial du laser est grand, meilleure sera la proximité entre  $|\Psi_1\rangle$  et  $|1\rangle$ , et donc meilleure sera l'efficacité de transfert. Un raisonnement complètement analogue s'applique pour  $|\Psi_3\rangle$  et  $|3\rangle$  : on souhaite qu'ils soient les plus proches possible pour maximiser le nombre d'atomes dans l'état  $|3\rangle$  une fois le laser de diffraction éteint.

Rappelons d'abord sans les démontrer les expressions générales des vecteurs et valeurs propres obtenus par théorie des perturbations du second ordre, dans le cas où tous les niveaux non-perturbés sont non-dégénérés (ce qui est le cas dans notre méthode).

On note  $H = H_0 + \lambda W$  l'Hamiltonien total du système, avec  $H_0$  l'Hamiltonien non-perturbé,  $\lambda$  le paramètre réel qui caractérise l'intensité de la perturbation ( $\lambda \ll 1$ ) et  $W$  un Hamiltonien indépendant de  $\lambda$ , tel que les éléments de matrice de  $\lambda W$  sont petits devant les différences entre les valeurs propres de  $H_0$  (voir Cohen-Tannoudji tome 2).

On note  $E_n^0$  les valeurs propres de  $H_0$ , et  $|\Phi_n\rangle$  les états propres, non dégénérés, qui y sont associés. On note  $E_n(\lambda)$  les valeurs propres de  $H$ , et  $|\Psi_n(\lambda)\rangle$  les états propres qui y sont associés ( $H |\Psi_n(\lambda)\rangle = E_n(\lambda) |\Psi_n(\lambda)\rangle$ ), et qu'on obtient respectivement à partir de  $E_n^0$  et  $|\Phi_n\rangle$  par la méthode des perturbations.

À l'ordre 2, on cherche  $E_n(\lambda)$  et  $|\Psi_n(\lambda)\rangle$  sous la forme :

$$E_n(\lambda) = \epsilon_0 + \lambda\epsilon_1 + \lambda^2\epsilon_2 + O(\lambda^3) \quad (3.7)$$

$$|\Psi_n(\lambda)\rangle = |\eta_0\rangle + \lambda|\eta_1\rangle + \lambda^2|\eta_2\rangle + O(\lambda^3) \quad (3.8)$$

où les  $\{\epsilon_n, |\eta_n\rangle\}$  sont obtenus par itérations successives de méthodes des perturbations de l'ordre 0 à l'ordre n.

Comme l'équation aux valeurs propres  $H|\Psi_n(\lambda)\rangle = E_n(\lambda)|\Psi_n(\lambda)\rangle$  ne définit  $|\Psi_n(\lambda)\rangle$  qu'à un facteur près, on peut choisir sa norme et sa phase. On impose le fait que  $\langle\Psi_n(\lambda)|\Psi_n(\lambda)\rangle = 1$  et que  $\langle\eta_0|\Psi_n(\lambda)\rangle = 0$ . On rappelle que l'on considère que *tous* les niveaux non-perturbés  $|\Phi_n\rangle$  sont non-dégénérés, ce qui correspond à notre expérience. On obtient alors :

$$E_n(\lambda) = E_n^0 + \langle\Phi_n|\lambda W|\Phi_n\rangle + \sum_{p \neq n} \frac{\|\langle\Phi_p|\lambda W|\Phi_n\rangle\|^2}{E_n^0 - E_p^0} + O(\lambda^3) \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} |\Psi_n(\lambda)\rangle &= |\Phi_n\rangle + \left( \sum_{p \neq n} \frac{\|\langle\Phi_p|\lambda W|\Phi_n\rangle\|^2}{(E_n^0 - E_p^0)^2} |\Phi_p\rangle \right) - \frac{1}{2} \left( \sum_{p \neq n} \frac{\|\langle\Phi_p|\lambda W|\Phi_n\rangle\|^2}{(E_n^0 - E_p^0)^2} \right) |\Phi_n\rangle \\ &+ \sum_{p \neq n} \left( \sum_{q \neq n} \left[ \frac{\langle\Phi_q|\lambda W|\Phi_n\rangle \langle\Phi_p|\lambda W|\Phi_n\rangle}{(E_p^0 - E_n^0)(E_q^0 - E_n^0)} \right] - \frac{\langle\Phi_n|\lambda W|\Phi_n\rangle \langle\Phi_p|\lambda W|\Phi_n\rangle}{(E_p^0 - E_n^0)^2} \right) |\Phi_p\rangle \\ &+ O(\lambda^3) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Dans le cas particulier de notre processus,  $|\Psi_1\rangle$ , l'état obtenu par méthode des perturbations au second ordre à partir de  $|1\rangle$  quand  $\delta \gg \Omega_1, \Omega_2$ , s'écrit alors :

$$|\Psi_1\rangle = \left( 1 - \frac{\Omega_1^2}{8(\delta - \Delta)^2} \right) |1\rangle + \frac{\Omega_1}{2(\delta - \Delta)} |2\rangle + \frac{\Omega_1\Omega_2}{16(\Delta^2 - \delta\Delta)} |3\rangle + O(\sqrt{\Omega_1\Omega_2}) \quad (3.11)$$

De même, l'état obtenu à partir de  $|3\rangle$  par perturbation du second ordre quand  $\|\delta\| \gg \Omega_1, \Omega_2$  et  $\delta < 0$  s'écrit :

$$|\Psi_3\rangle = \left( 1 - \frac{\Omega_2^2}{8(\delta + 3\Delta)^2} \right) |3\rangle + \frac{\Omega_2}{2(\delta + 3\Delta)} |2\rangle - \frac{\Omega_1\Omega_2}{16(4\Delta^2 + \delta\Delta)} |1\rangle + O(\sqrt{\Omega_1\Omega_2}) \quad (3.12)$$

On rappelle que dans notre expérience,  $\Omega_1, \Omega_2 > \Delta$ . Donc, quand  $\delta \gg \Omega_1, \Omega_2$ , on a aussi  $\delta \gg \Delta$ . On peut donc simplifier les expressions de  $|\Psi_1\rangle$  et  $|\Psi_3\rangle$  ci-dessus :

$$|\Psi_1\rangle \approx |1\rangle + \frac{\Omega_1}{2\delta} |2\rangle - \frac{\Omega_1\Omega_2}{16\delta\Delta} |3\rangle \quad (3.13)$$

$$|\Psi_3\rangle \approx |3\rangle + \frac{\Omega_2}{2\delta} |2\rangle - \frac{\Omega_1\Omega_2}{16\delta\Delta} |1\rangle \quad (3.14)$$

### 3.3.3 Dynamique du transfert adiabatique

Comme on vient de le voir, on montre avec un développement perturbatif au second ordre que l'état qui connecte adiabatiquement  $|1\rangle$  à  $|3\rangle$  s'écrit  $|\Psi_1\rangle \approx |1\rangle + \frac{\Omega_1}{2\delta} |2\rangle - \frac{\Omega_1\Omega_2}{16\delta\Delta} |3\rangle$  quand  $\delta \gg \Omega_1, \Omega_2$ . Comme nos atomes sont initialement dans l'état  $|1\rangle$ , il faut que l'état de départ du transfert adiabatique soit le plus proche possible de  $|1\rangle$ , si on allume soudainement le laser. Il faut donc que :

$$\frac{\Omega_1\Omega_2}{16\delta_i\Delta} \ll 1 \quad (3.15)$$

avec  $\delta_i$  la valeur du désaccord  $\delta$  lorsqu'on allume le laser qui permet de faire le transfert adiabatique.

Pour assurer la réussite du transfert adiabatique de  $|1\rangle$  vers  $|3\rangle$ , il y a une deuxième condition sur la dynamique du transfert qui nous est donnée par Landau-Zener :

$$\frac{d\delta}{dt} \ll \Omega^2 \quad (3.16)$$

Je reviendrai plus en détail sur ce critère dans la suite.

## 3.4 Un outil de contrôle des populations de spin : le pompage optique

Il est très important pour nos études de magnétisme quantique de pouvoir peupler sélectivement de 1 à 10 états de spin du fondamental : c'est le rôle que remplit le faisceau de pompage optique. C'est un outil complémentaire de notre processus de diffraction : l'un permet de contrôler la population des différents états de spin, l'autre de mesurer ces populations.

Son principe exploite encore une fois la finesse de la raie  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ . On applique un champ de biais de 6.8 G, ce qui sépare deux états  $m_F$  successifs de  $^3P_1$  de 2.55 MHz (alors que deux états  $m_F$  successifs de  $^1S_0$  ne sont séparés que de 7.8 kHz, comme on l'a déjà évoqué). Un faisceau résonant polarisé circulairement, avec une intensité d'environ  $30 \times I_{\text{sat}}^{689}$  peut alors adresser une unique transition  $|^1S_0, m_F\rangle \rightarrow |^3P_1, m_F \pm 1\rangle$  arbitrairement choisie. Ce faisceau dépeuple l'état  $|^1S_0, m_F\rangle$ , tout en peuplant, par émission spontanée, les états  $|^1S_0, m_F \pm 1\rangle$  et  $|^1S_0, m_F \pm 2\rangle$ . En faisant varier la fréquence de ce faisceau, on peut donc dépeupler successivement différents états de spin et en peupler d'autres (voir fig. 3.4). Pour chacun de ces pompages successifs, le faisceau est allumé pendant 5 ms, et balayé sur 100 kHz à travers la résonance, afin de minimiser la sensibilité à la fréquence ou aux dérives de champ magnétique.

Le pompage optique est réalisé avant évaporation. En effet, l'énergie de recul associée à l'absorption d'un photon du faisceau de pompage optique est de  $E_r = 0.5 \mu\text{K}$ , alors que la profondeur du piège après évaporation est de  $6.9 \mu\text{K}$  : les atomes après évaporation seraient simplement chassés hors du piège par le pompage optique ou par chauffage. La distribution est conservée pendant tout le processus d'évaporation grâce à la symétrie  $SU(N)$ , qui implique que les collisions ne changent pas les états de spin.



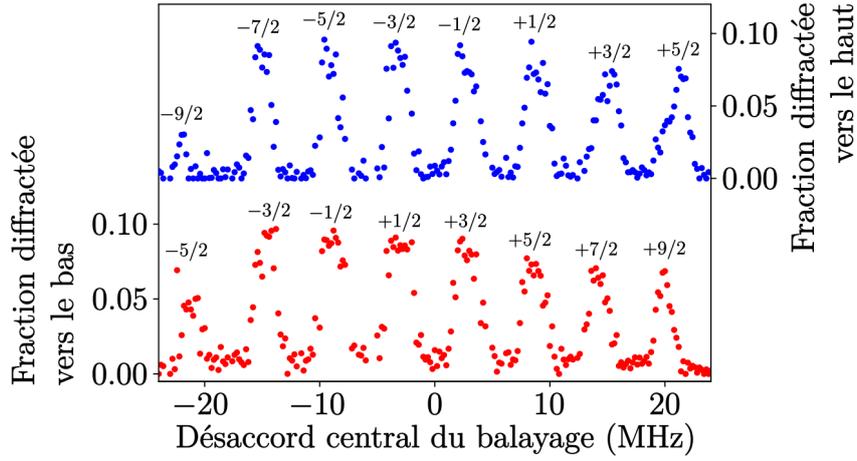


FIGURE 3.5 – Fraction d’atomes diffractés de part et d’autre du nuage, en fonction de la fréquence centrale du balayage. Pour chaque pic de diffraction, ce sont les états de spin initiaux  $m_F$ , et non pas les états de spin  $m_F \pm 2$  vers lesquels ils ont été sélectivement diffractés (avec une impulsion  $\pm 2\hbar k$ , respectivement) qui sont indiqués. La méthode permettant d’associer un état de spin à chaque nuage diffracté est décrite dans la partie 3.6.1.

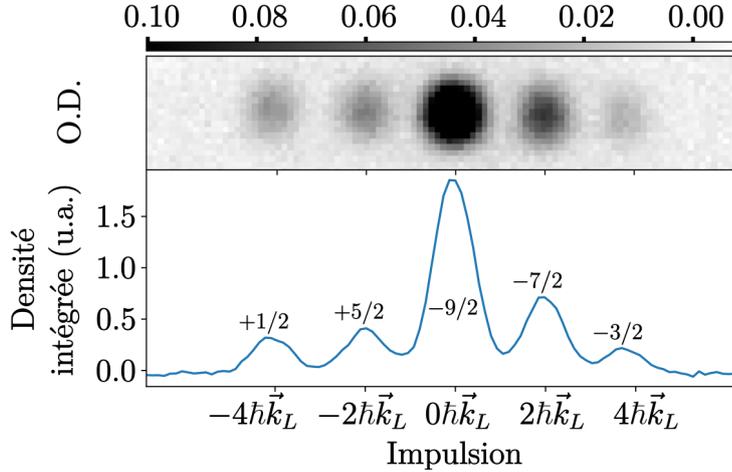


FIGURE 3.6 – Mesure à trois pulses de la distribution d’impulsion de 5 états de spin dans un gaz de Fermi SU(5) préparé par pompage optique. On obtient donc, en prenant une seule image, la distribution d’impulsion initiale du nuage, résolue en spin. Chaque nuage est associé à son état de spin initial. Le nuage central, qui en principe devrait être constitué très majoritairement de  $m_F = -9/2$ , est mélangé avec les résidus d’autres états du fait de notre efficacité de transfert imparfaite.

À cause de notre efficacité de transfert imparfaite (mais que l'on peut encore beaucoup améliorer, comme on va le voir dans la partie 3.7), le nuage central reste contaminé à environ 50% par la population des autres états de spin. Néanmoins, cela montre la capacité de notre méthode à mesurer, en une seule image, la distribution d'impulsion résolue en spin d'un gaz de Fermi SU(5), ce qui est impossible à réaliser avec les autres méthodes existantes.

## 3.6 Confrontation du modèle avec l'expérience

Une fois ce premier modèle établi, le reste du travail sur ce protocole de transfert d'impulsion spin-dépendant doit se faire sur deux axes principaux et complémentaires : il convient d'une part de confirmer la légitimité de notre modèle, en faisant un certain nombre de tests expérimentaux pour s'assurer que nos observations correspondent aux prédictions théoriques, et d'autre part d'expliquer les limites expérimentales de notre processus, notamment en terme d'efficacité de transfert. Nous pourrions ainsi déterminer quels sont les paramètres faciles à améliorer en changeant légèrement la configuration expérimentale.

### 3.6.1 Détermination de la polarisation des différents faisceaux et identification des nuages diffractés

Un première étape importante est d'identifier quel est l'état de spin diffracté vers le haut (resp. vers le bas) pour chacune des 8 raies de diffraction, tel que représenté sur la fig. 3.5. Pour cela, il nous faut d'abord associer une paire d'états de spins  $\{m_F, m_F + 2\}$  à chacune des raies, puis déterminer la polarisation du faisceau de pompage optique, et enfin déterminer la polarisation des faisceaux de diffraction.

Je précise qu'ici et dans toute la suite du texte, j'utilise le terme de *polarisation* au sens de la physique atomique (i.e. un faisceau pilote-t-il une transition  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  ou  $\pi$  pour un champ  $\vec{B}$  fixé), et non au sens de l'optique pure (polarisation circulaire droite, circulaire gauche ou linéaire).

**Identification des paires  $\{m_F, m_F + 2\}$  associées à chaque raie :** Voyons comment nous avons déterminé quelle paire d'états de spin  $\{m_F, m_F + 2\}$  est impliquée dans chacune des résonances de la figure 3.5. Commençons par numéroter ces raies de 1 à 8 par ordre croissant de fréquence centrale du laser de balayage : la raie à  $-22$  MHz de désaccord est la raie 1, celle à  $+20$  MHz est la raie 8. On sait, par exemple, que la raie 1 peut correspondre soit à la transition  $|+\frac{5}{2}\rangle \leftrightarrow |+\frac{9}{2}\rangle$ , soit à la transition  $|-\frac{5}{2}\rangle \leftrightarrow |-\frac{9}{2}\rangle$ , tout comme la raie 8.

Or, on l'a vu, le facteur de Landé de l'état excité  $^3P_1$  est positif ( $g_F \approx 0.273$ ). La transition  $|-\frac{5}{2}\rangle \leftrightarrow |-\frac{9}{2}\rangle$  est donc de plus faible énergie que toutes les autres. On sait donc que la raie 1, qu'on observe pour une fréquence laser plus basse que pour les 7 autres transitions, correspond à la transition  $|-\frac{5}{2}\rangle \leftrightarrow |-\frac{9}{2}\rangle$  (voir fig. 3.7). On sait dès lors à quelle paire d'états  $\{m_F, m_F + 2\}$  correspondent chacune des raies.

Cependant, il n'est pas possible de savoir à quel état initial de spin correspond chacun des deux nuages diffractés sans connaître la polarisation individuelle de chaque faisceau laser. Autrement dit, on n'est à ce stade pas en mesure de dire si, pour la raie 1 (e.g.),

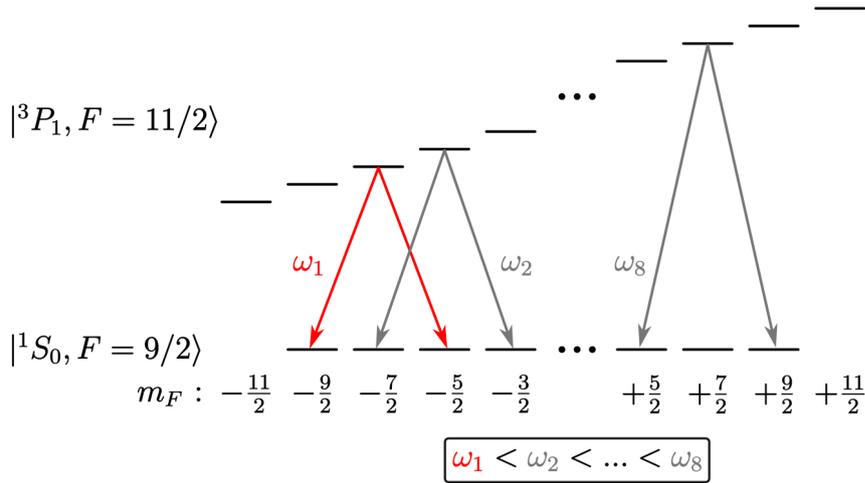


FIGURE 3.7 – Structure de niveaux Zeeman de la transition  $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ . Comme le facteur de Landé de  $^3P_1$  est positif et très supérieur à celui de  $^1S_0$ , la transition  $|-\frac{5}{2}\rangle \leftrightarrow |-\frac{9}{2}\rangle$  est de plus faible énergie que toutes les autres. On sait donc qu'elle correspond à la raie 1 de la figure 3.5. L'association d'une paire  $\{m_F, m_F + 2\}$  à chacune des 7 raies restantes est ensuite immédiate.

la fraction d'atomes diffractée vers le haut (le pic bleu sur la figure 3.5) sont des atomes initialement dans  $|-\frac{5}{2}\rangle$  ou dans  $|-\frac{9}{2}\rangle$ , et vice-versa pour la fraction diffractée vers le bas. Il nous faut pour cela déterminer la polarisation des faisceaux rétro-réfléchis qui pilotent la transition.

**Polarisation du faisceau de pompage optique :** Avant de déterminer la polarisation des faisceaux de diffraction, il est intéressant de connaître celle du faisceau de pompage optique (qui nous servira ensuite à déterminer celle des faisceaux de diffraction). Pour cela, on va se servir de notre procédé de diffraction.

Les étapes du raisonnement sont représentées dans la fig. 3.8. Tout d'abord, grâce à une lame d'onde  $\frac{\lambda}{2}$  et un cube polariseur, nous avons polarisé circulairement le faisceau de pompage optique. Le champ magnétique de biais  $\vec{B}$  qu'on applique pendant le pompage optique est colinéaire à l'axe de propagation du faisceau de pompage. On fixe aussi son sens en choisissant un sens de circulation du courant dans les bobines de compensation. La polarisation  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  du faisceau de pompage optique dépend de l'orientation du champ  $\vec{B}$  : toutes les expériences de pompage optique décrites dans la suite sont donc réalisées avec la même orientation de  $\vec{B}$ , sauf mention contraire. Notons que pendant la diffraction,  $\vec{B}$  est orienté différemment : il est colinéaire aux faisceaux MOT verticaux.

Pour déterminer si le faisceau de pompage est  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ , on règle la fréquence du pompage optique de façon à vider le nuage du bas de la raie 8 ( $+\frac{5}{2} \leftrightarrow +\frac{9}{2}$ ), puis on relève un spectre complet après pompage.

On observe que les nuages du bas de la raie 6 ( $+\frac{1}{2} \leftrightarrow +\frac{5}{2}$ ) et de la raie 7 ( $+\frac{3}{2} \leftrightarrow +\frac{7}{2}$ ) sont plus peuplés que lors des mesures de spectre sans aucun pompage optique préalable, tout comme le nuage du haut de la raie 8. Le nuage du bas de la raie 8 est le seul à disparaître. Cette mesure suffit à elle seule à indiquer que le pompage optique est  $\sigma^-$  : le fait d'observer la disparition d'une raie uniquement sur le spectre du nuage du bas indique que c'est l'état  $+\frac{9}{2}$  qui est vidé. En effet c'est le seul (avec  $-\frac{9}{2}$ ) à n'être associé

qu'à une seule raie, la raie 8. Si le pompage optique avait vidé  $+\frac{5}{2}$ , nous aurions vidé la raie 8 (sur le nuage du haut, par élimination) et la raie 6 (sur le nuage du bas).

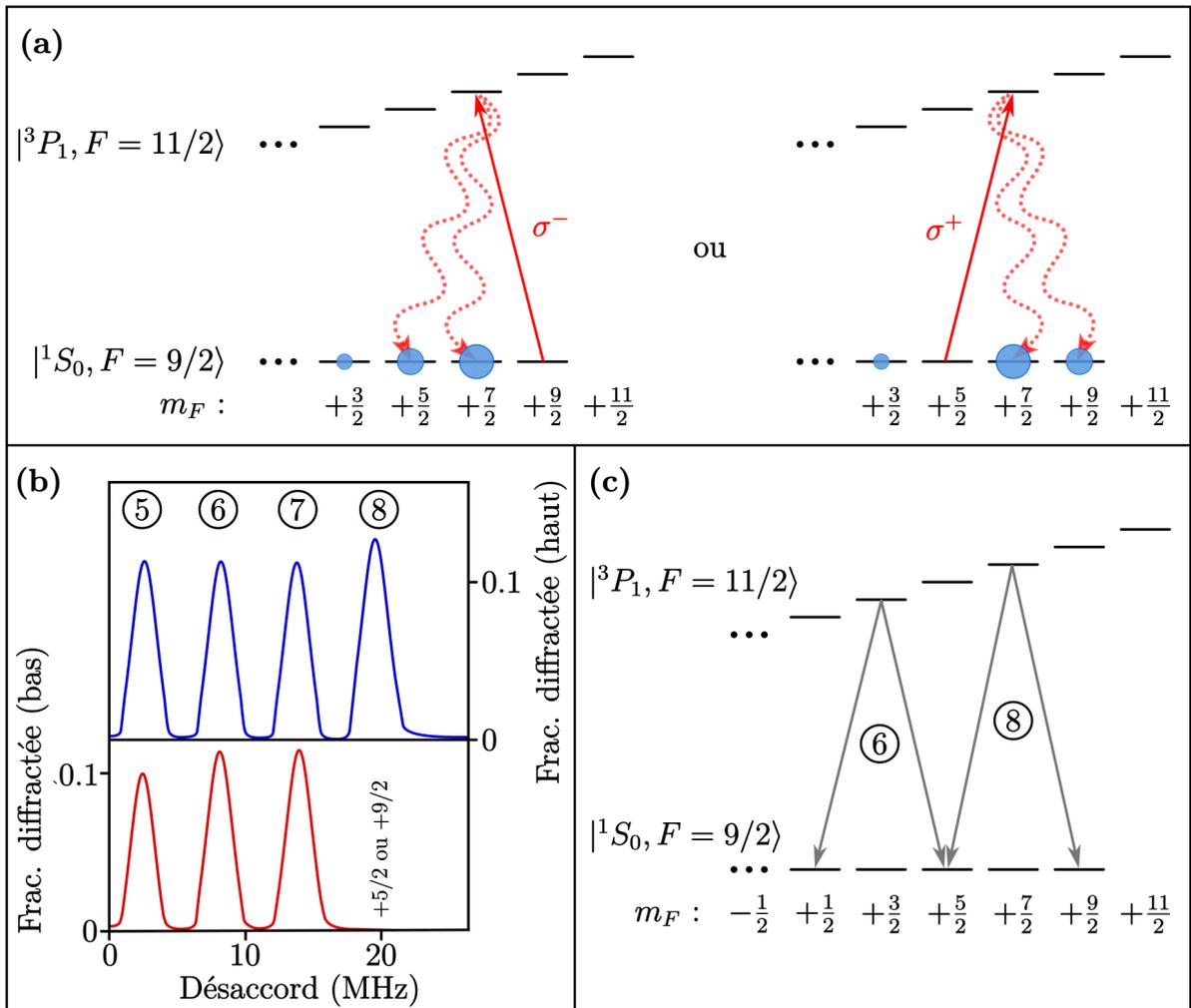


FIGURE 3.8 – Détermination de la polarisation du faisceau de pompage optique. (a) On règle la fréquence du pompage optique de sorte à faire disparaître un des deux nuages diffractés de la raie 8. Si le pompage optique est  $\sigma^-$ , c'est l'état de spin  $+\frac{9}{2}$  qu'il vide au profit de  $+\frac{7}{2}$  et  $+\frac{5}{2}$ . S'il est  $\sigma^+$ , c'est l'état  $+\frac{5}{2}$  qu'il vide, au profit de  $+\frac{7}{2}$  et  $+\frac{9}{2}$ . (b) On mesure les deux spectres de diffraction (nuage haut et nuage bas) obtenus après le pompage optique décrit en a). On observe qu'un seul pic a disparu : il n'y a plus de nuage diffracté vers le bas pour la raie 8. (c) Les atomes dans l'état  $+\frac{5}{2}$  sont diffractés pour la raie 6 et la raie 8. Ceux dans l'état  $+\frac{9}{2}$  ne sont diffractés que pour la raie 8. Comme le seul nuage diffracté qui disparaît est un des deux nuages de la raie 8, on en conclut que c'est l'état  $+\frac{9}{2}$  qui a été vidé par le pompage optique. Le pompage optique est donc  $\sigma^-$ .

**Polarisation des faisceaux de diffraction et identification des états de spin :**  
 Voyons enfin comment déterminer la polarisation des lasers de diffraction, ce qui nous permet ensuite d'identifier quel état de spin est diffracté vers le haut (resp. vers le bas) pour une raie donnée. Comme ce sont des faisceaux MOT, on sait que les faisceaux

de diffraction sont polarisés circulairement (le faisceau ascendant à mieux que 99%) et pilotent des transitions opposées (si le faisceau ascendant est  $\sigma^+$ , le faisceau est  $\sigma^-$ , et vice-versa), mais sans savoir lequel est  $\sigma^+$ , lequel est  $\sigma^-$ .

La mesure grâce à laquelle nous avons déterminé que le faisceau de pompage optique est  $\sigma^-$  nous permet aussi déterminer la polarisation de ces faisceaux. En effet, on a vu que lorsqu'on dépeuplait par pompage optique l'état  $+\frac{9}{2}$ , c'est le nuage diffracté vers le bas sur la raie 8 qui disparaissait. Ce nuage correspond donc aux atomes initialement dans l'état  $+\frac{9}{2}$ , qui ont absorbé un photon d'impulsion  $-\hbar\vec{k}_L$ , puis réémis par émission stimulée un photon d'impulsion  $+\hbar\vec{k}_L$ , recevant au total un transfert d'impulsion  $-2\hbar\vec{k}_L$ , ce qui les diffracte vers le bas (on rappelle que  $\vec{k}_L \cdot \vec{g} < 0$ ). On en conclut donc que le faisceau ascendant pilote une transition  $\sigma^+$ , tandis que le faisceau descendant, lui, pilote une transition  $\sigma^-$ .

On sait dès lors, pour chacune des 8 raies de diffraction, à quel état de spin initial correspondent, respectivement, le nuage diffracté vers le haut et celui diffracté vers le bas. Nous avons ainsi pu assigner un état de spin à chaque pic de la figure 3.5.

### 3.6.2 Inversion du sens de balayage

Une fois les polarisations des différents lasers bien connues, on peut tester notre modèle théorique en modifiant certaines étapes du processus de diffraction.

On peut d'abord essayer d'effectuer notre balayage en fréquence en sens inverse : plutôt que de diminuer la fréquence laser, on l'augmente. On inverse donc le sens du suivi adiabatique présenté sur la fig. 3.2. On s'attend alors à transférer des atomes de  $|1\rangle$  vers l'état excité  $|2\rangle$ . On va donc observer un élargissement du nuage initial selon la direction de propagation du laser, dû au transfert d'une unique impulsion  $\hbar k_L$  (qui ne suffit pas à séparer le nuage ainsi diffracté du nuage central, puisque  $k_B T_F \approx 1.0 \times \frac{\hbar k_L}{2m}$ ), combiné à un élargissement isotrope lié à l'émission spontanée depuis  $|2\rangle$ .

### 3.6.3 Transfert adiabatique aller-retour

Un autre moyen de tester l'adiabaticité de notre processus est de commencer par faire un balayage de fréquence descendant, puis un balayage de fréquence ascendant. On constate que le processus est bien réversible : l'effet du premier balayage est presque entièrement annulé par le second balayage. Les atomes n'ayant pas suivi ce processus de diffraction puis recombinaison adiabatique sont si peu nombreux qu'on ne peut pas les distinguer du nuage d'atomes qui ont fait de l'émission spontanée lors du balayage descendant.

### 3.6.4 Effet d'une chute libre

Enfin, on peut aussi tester la validité de notre modèle, en mettant la question de l'adiabaticité de côté, en laissant chuter librement le nuage avant la diffraction. En effet, en laissant chuter le nuage avant d'allumer les faisceaux laser de diffraction, on doit observer une inversion du sens du balayage qui permet de faire le transfert adiabatique.

Pour être plus explicite : si on laisse chuter les atomes pendant un temps  $t = \frac{2\hbar k}{mg}$ , soit environ 1,35 ms dans notre cas, les états de départ du transfert adiabatique deviennent  $|m_F, 2\hbar\vec{k}_L\rangle$  et  $|m_F + 2, 2\hbar\vec{k}_L\rangle$ . Dans ce cas, si on ne modifie pas le balayage des lasers (que

ce soit le sens du balayage, sa fréquence moyenne ou son amplitude), on n'observe plus de diffraction vers le haut. On observe seulement, après un temps de vol supplémentaire, un seul nuage diffracté vers le bas, ainsi qu'un élargissement du nuage non-diffracté par émission spontanée. Cela signifie que les atomes initialement dans  $|m_F + 2, 2\hbar\vec{k}_L\rangle$  ne sont plus diffractés, alors que ceux dans  $|m_F, 2\hbar\vec{k}_L\rangle$  continuent de l'être.

Pour comprendre ce qu'il se passe, il suffit de revenir à la figure 3.2. Les atomes qui sont dans  $|m_F + 2, 2\hbar\vec{k}_L\rangle$  au début du balayage du laser correspondent aux atomes dans l'état  $|3\rangle$  sur la fig. 3.2. Lorsqu'on fait un balayage de fréquence décroissant, on voit donc qu'ils sont transférés vers  $|2\rangle = |^3P_1, m_F + 1, \hbar\vec{k}_L\rangle$  et font donc de l'émission spontanée. Les atomes dans  $|m_F, 2\hbar\vec{k}_L\rangle$  se comportent, eux, exactement comme les atomes dans  $|1\rangle = |m_F, 0\hbar\vec{k}_L\rangle$  et sont donc transférés normalement vers  $|m_F + 2, 4\hbar\vec{k}_L\rangle$ , exception faite d'une légère perte d'efficacité de transfert due au décentrage du balayage par rapport à la fréquence centrale de la résonance.

Si l'on inverse le sens du balayage, on voit cette fois-ci qu'il y a un nuage diffracté vers le haut, alors que le nuage diffracté vers le bas disparaît. Là encore, c'est un comportement conforme à notre modèle. En effet, la transition  $|m_F + 2, 2\hbar\vec{k}_L\rangle \rightarrow |m_F, 0\hbar\vec{k}_L\rangle$  redevient possible et correspond à une transition de  $|3\rangle$  vers  $|1\rangle$  sur la figure 3.2, pour un balayage ascendant en fréquence, alors que les atomes dans  $|m_F, 2\hbar\vec{k}_L\rangle$  sont maintenant transférés vers  $|^3P_1, m_F + 1, 3\hbar\vec{k}_L\rangle$ , où ils font de l'émission spontanée.

Pour finir, précisons qu'il faut évidemment que la direction de propagation des lasers qui pilotent le transfert adiabatique ait une composante verticale pour pouvoir observer l'effet de la chute libre, sinon elle n'a aucune influence sur l'état de départ du processus.

### 3.7 Optimisation des signaux de diffraction

Maintenant qu'on a suffisamment confirmé la fiabilité de notre modèle, servons-nous en pour essayer d'améliorer l'efficacité de transfert.

Pour ce faire, l'outil essentiel va être l'équation maîtresse sous forme de Lindblad, qui décrit l'évolution temporelle de la matrice densité, en prenant en compte l'émission spontanée depuis l'état  $|2\rangle$  :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}(t)] + \hat{L}\hat{\rho}(t)\hat{L}^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{L}^\dagger\hat{L}, \hat{\rho}(t)\} \quad (3.17)$$

avec

$$\hat{L} = \sqrt{\Gamma} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Le quatrième vecteur de base qui apparaît dans l'opérateur de saut  $\hat{L}$  et qui est couplé à  $|2\rangle$  est un artifice de calcul, un état réservoir dans lequel vont les atomes qui quittent le niveau  $|2\rangle$  par émission spontanée.

Notons aussi que l'équation 3.17 n'est pas la forme générale de l'équation maîtresse, mais bien une écriture simplifiée adaptée à notre modèle.

Voyons donc quelles informations on peut obtenir grâce à elle.

### 3.7.1 Efficacité de transfert selon les différentes raies

On veut d'abord comparer l'efficacité de transfert selon chaque raie prévue par l'équation maîtresse, et la comparer à l'efficacité de transfert obtenue expérimentalement, pour savoir si des processus de pertes nous échappent. Les efficacités de transfert prévues par le modèle théorique sont exposées dans la figure 3.9. Pour les raies centrales, les efficacités sont toutes proches de 80%, et ne diminuent que pour des transitions impliquant des états stretched : environ 65% d'efficacité pour les transitions  $|- \frac{9}{2}\rangle \rightarrow |- \frac{5}{2}\rangle$  et  $|\frac{5}{2}\rangle \rightarrow |\frac{9}{2}\rangle$ , et 50% d'efficacité pour les transitions  $|- \frac{5}{2}\rangle \rightarrow |- \frac{9}{2}\rangle$  et  $|\frac{9}{2}\rangle \rightarrow |\frac{5}{2}\rangle$ .

On remarque cependant que les courbes expérimentales présentent une asymétrie entre les efficacités de transfert des deux états extrêmes, dont j'expliquerai l'origine plus bas dans le texte.

On constate aussi que les processus de perte sont différents selon les états impliqués (voir fig. 3.9 (b) et (c)). Les pertes dues à l'émission spontanée depuis l'état  $|2\rangle$  augmentent pour les transitions  $\Delta m_F = +2$  plus grand est le spin de l'état de départ, alors que c'est l'inverse pour les transitions  $\Delta m_F = -2$ . Une fraction négligeable d'atomes reste dans l'état excité  $|2\rangle$  au cours de la transition (voir fig. 3.9 (d)). C'est donc tout naturellement que la fraction d'atomes restés dans l'état initial  $|1\rangle$  suit la tendance inverse de celle perdue par émission spontanée : pour les transitions  $\Delta m_F = -2$ , les pertes dues aux atomes ignorant complètement le transfert adiabatique l'émission spontanée depuis  $|2\rangle$  augmentent plus on va vers  $|+\frac{9}{2}\rangle$ , alors qu'elles diminuent pour les transitions  $\Delta m_F = +2$ .

Notre modèle montre qu'il est possible d'augmenter encore l'efficacité de transfert (voir fig. 3.10) : elle pourrait atteindre 95% sur les lignes centrales, et 80% sur celles impliquant des états stretched. Pour cela, il faudrait multiplier par 4 l'intensité du laser par rapport à notre valeur expérimentale de 5 mW/cm<sup>2</sup>, multiplier par 8 l'excursion en fréquence du balayage, et par 4 sa vitesse : on ferait un balayage de  $\pm 4.2$  MHz autour de la fréquence centrale de chaque raie, en deux fois plus de temps, 0.6 ms.

L'élargissement en puissance procédant de l'augmentation de l'intensité impose cependant d'augmenter le champ de biais (jusqu'à 60 G) pour séparer suffisamment les sous-états Zeeman de l'état excité et ainsi rester dans le cadre d'une structure en  $\Lambda$ . Un problème survient alors : à ce niveau de champ, la levée de dégénérescence Zeeman du fondamental commence à agir contre notre processus de diffraction et il faut la compenser. On peut par exemple laisser librement chuter le nuage avant de commencer le processus de diffraction, ou utiliser deux lasers de fréquence différente.

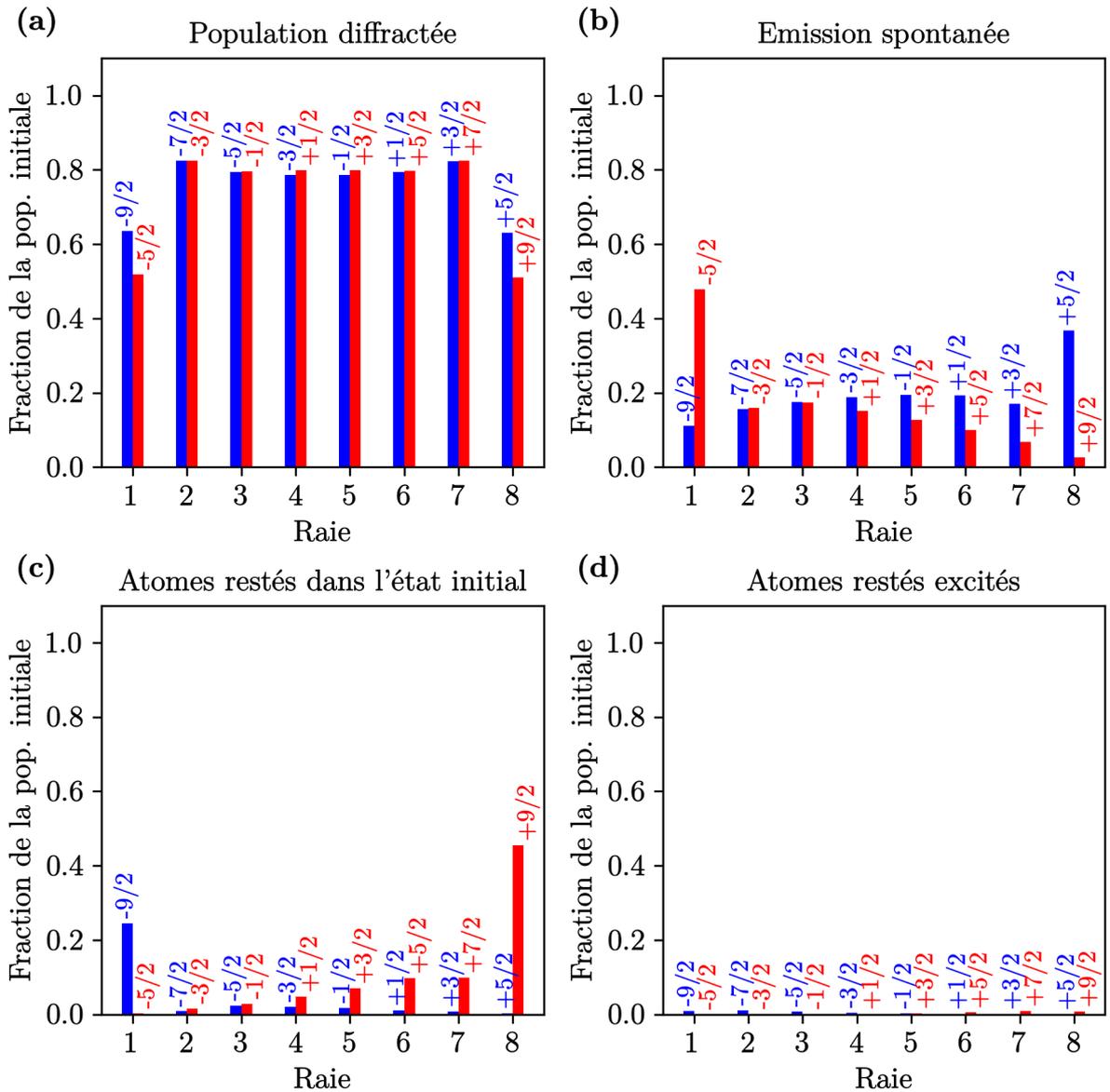


FIGURE 3.9 – (a) Efficacité du transfert adiabatique selon les raies, avec les paramètres expérimentaux que nous avons utilisés. Les états de spin initiaux sont indiqués au-dessus de chacune des colonnes. Intensité  $5 \text{ mW/cm}^2$ , balayage en fréquence de  $\pm 700 \text{ kHz}$  autour de la fréquence centrale de chaque raie, effectué en  $0.3 \text{ ms}$ . On constate qu'on atteint une efficacité de transfert de  $80\%$  sur les lignes centrales, alors qu'elle est plus faible (et asymétrique) sur les états stretched. Cela est bien en accord avec nos observations expérimentales. (b) Fraction des atomes qui n'ont pas été correctement transférés vers l'état final ciblé parce qu'ils ont fait de l'émission spontanée à partir de l'état intermédiaire. (c) Fraction des atomes qui n'ont pas été correctement transférés vers l'état final et qui sont tout simplement restés dans l'état initial. (d) Fraction des atomes qui n'ont pas été correctement transférés vers l'état final et qui sont encore dans l'état excité à la fin du balayage.

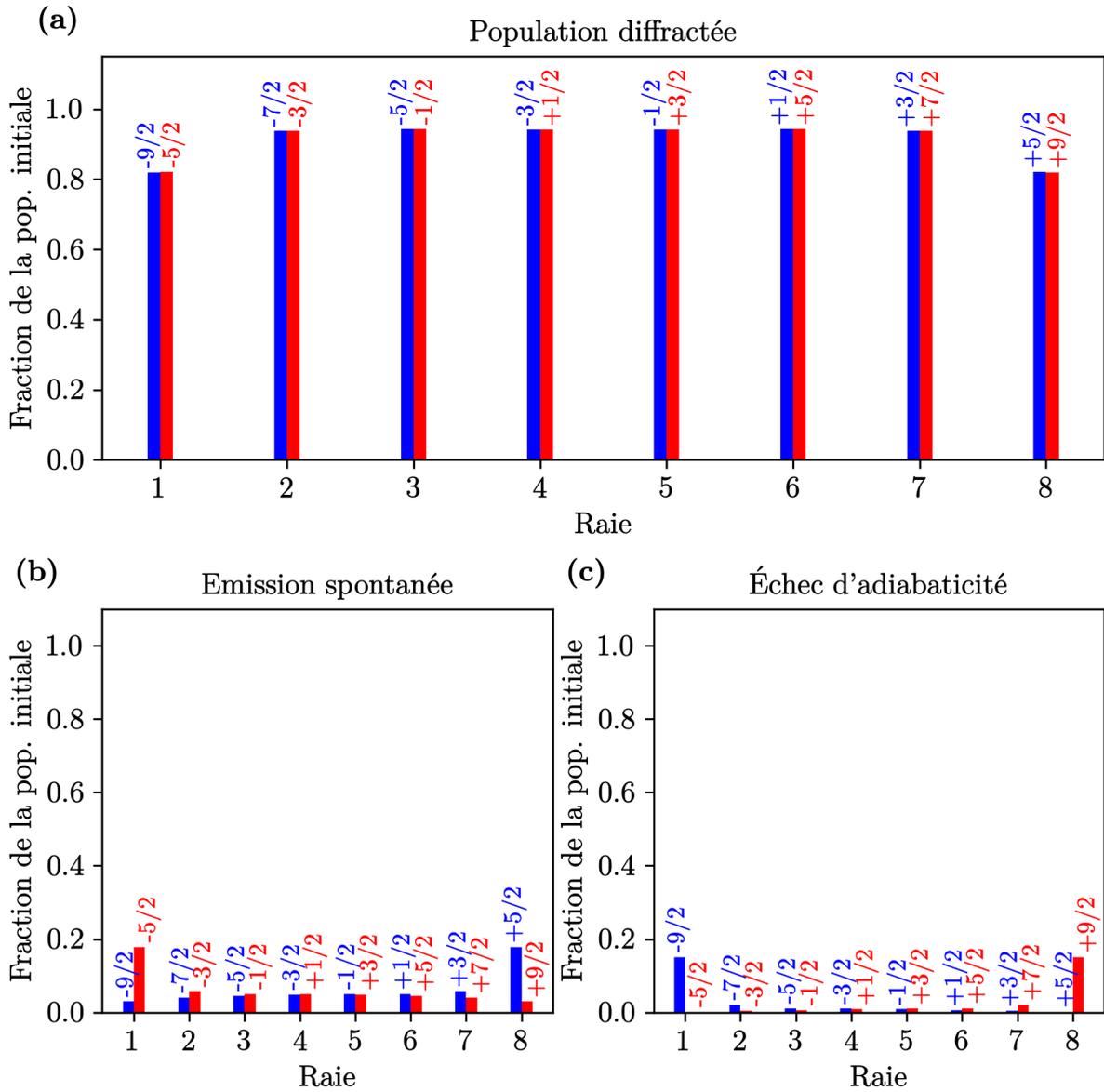


FIGURE 3.10 – (a) Efficacité théorique du transfert adiabatique selon les raies après optimisation par notre modèle. L'intensité est multipliée par 4 par rapport à notre valeur expérimentale de  $5 \text{ mW/cm}^2$ , utilisée pour la fig. 3.9. Le balayage en fréquence a lui été multiplié par 8 : on balaie de  $\pm 4,2 \text{ MHz}$  autour de la fréquence centrale de chaque raie, effectué en deux fois plus de temps,  $0,6 \text{ ms}$ . On constate qu'on atteint une efficacité de transfert de 95% sur les lignes centrales, et de 80% sur les états stretched. (b) Fraction des atomes qui n'ont pas été correctement transférés vers l'état final parce qu'ils ont fait de l'émission spontanée à partir de l'état intermédiaire, toujours avec intensité multipliée par 4 et largeur du balayage en fréquence multipliée par 8. (c) Fraction des atomes qui n'ont pas été correctement transférés vers l'état final et qui sont dans l'état initial ou excité à la fin de la diffraction.

## 3.8 Avantages, limites et contraintes de notre méthode :

- Notre méthode utilise le faisceau rétro-réfléchi vertical du MOT rouge pour diffracter les atomes, et ne nécessite donc pas d'accès optique supplémentaire. Les faisceaux horizontaux du MOT sont éteints à l'aide d'un obturateur commandé par un servomoteur. Le champ quadrupolaire est éteint pendant la diffraction : le champ de biais uniforme est créé par les bobines de compensation.
- Comme notre méthode fait un transfert adiabatique de  $|1\rangle$  vers  $|3\rangle$ , on améliore la stabilité du transfert d'impulsion aux fluctuations d'intensité par rapport à la méthode diabatique utilisant une transition Raman stimulée standard avec des lasers très désaccordés.
- L'état intermédiaire du transfert adiabatique de  $|1\rangle$  vers  $|3\rangle$  est un état quasi-noir, comme on l'a vu en 3.3. L'émission spontanée est donc inhibée lors de cette transition, et ce de façon assez surprenante, puisqu'elle est d'autant plus faible que l'intensité du laser est élevée.
- Pour que les atomes  $m_F$  soient diffractés d'un côté donné du nuage, et que les atomes  $m_F + 2$  soient diffractés du côté opposé, sans aucun mélange, il faut que la corrélation entre le vecteur d'onde  $\pm \vec{k}_L$  des faisceaux rétro-réfléchis et leur polarisation respective soit la meilleure possible. Nous verrons ci-dessous à quel niveau de précision il faut connaître la polarisation des faisceaux, ainsi que l'angle entre la direction des lasers et le champ magnétique.
- En première approximation, l'efficacité de transfert des atomes de  $|1\rangle$  vers  $|3\rangle$  est indépendante de la quantité de mouvement initiale des atomes  $\hbar k$ . Cependant, on a vu dans la partie 3.3 qu'il existe une légère dépendance entre ces deux grandeurs si l'on fixe la fréquence centrale du laser pilotant la transition. Cela cause une légère distortion de la distribution en impulsion des atomes diffractés par rapport à celle qu'ils avaient avant diffraction, que nous pouvons corriger grâce à notre modèle théorique.

### 3.8.1 Influence des imperfections de polarisation sur la sélectivité en spin

Pour évaluer l'effet des imperfections de polarisation sur notre méthode de diffraction, on prend en compte les trois polarisations possibles pour chacun des faisceaux :  $((\sigma_a^+, \sigma_a^-, \pi_a) \otimes ((\sigma_d^+, \sigma_d^-, \pi_d)$ , où le faisceau ascendant est repéré par l'indice "a" et le faisceau descendant par "d". Il y a donc neuf combinaisons de polarisation possibles pouvant être impliquées dans une transition à deux photons avec recul. Les processus impliquant une transition vers l'état excité suivie d'une émission spontanée ne sont pas considérés ici dans la mesure où ils contribuent à augmenter la température du nuage central, sans modifier la population des nuages diffractés. Nos faisceaux sont majoritairement polarisés  $(\sigma_a^+ \otimes \sigma_d^-)$ , avec des fréquences de Rabi respectives  $(\Omega_1, \Omega_2) \approx \Omega$ . On va étudier l'effet de faibles déviations à ces polarisations circulaires, de sorte que les fréquences de Rabi en  $\sigma_a^-$  ou  $\sigma_d^+$  peuvent s'écrire  $\epsilon\Omega$ , avec  $\epsilon \ll 1$ . De la même manière, on suppose l'existence d'un petit angle  $\theta$  entre la direction du champ magnétique et la direction de propagation du laser, ce qui nous permet d'écrire les fréquences de Rabi

des polarisations  $\pi_a$  ou  $\pi_d$  qui en découlent sous la forme  $\theta\Omega$ , avec  $\theta \ll 1$ .

On utilise le système simple où trois états de spin du fondamental,  $m_F$ ,  $m_F + 1$  et  $m_F + 2$ , sont couplés à un état  $m_F + 1$  de  $^3P_1$ . Le tableau 3.1 montre comment les couplages via des processus à deux photons évoluent en fonction d' $\epsilon$  et  $\theta$ . On se place dans le cas où on veut mesurer le nombre d'atomes dans l'état  $m_F$ , atomes qui doivent donc être diffractés vers le haut ( $A \rightarrow D$ ) par la composante principale de polarisation ( $\sigma_a^+ \otimes \sigma_d^-$ ). On veut donc vérifier que tous les procédés qui diffractent des atomes vers le haut ( $A \rightarrow D$ ) depuis le mauvais état initial ( $m_F + 1$  ou  $m_F + 2$ ) sont complètement négligeables devant le processus ( $\sigma_a^+ \otimes \sigma_d^-$ ). Au premier ordre en  $(\epsilon, \theta)$ , il y a deux processus dominants, à la quatrième et sixième ligne du tableau 3.1, qui correspondent à des atomes dans  $m_F + 2$  interagissant avec la lumière ( $\sigma_a^- \otimes \sigma_d^-$ ) et des atomes dans  $m_F + 1$  interagissant avec la lumière ( $\pi_a \otimes \sigma_d^-$ ). Si le processus adiabatique attendu est réalisé avec une vitesse de balayage qui satisfait de peu le critère de Landau-Zener, par exemple  $P_{\text{adiab}}^{\text{LZ}} \approx 1 - \exp(-2\pi\Omega^2 4\delta) \approx 0.95$ , alors, il faut que  $\epsilon < 0.1$  et  $\theta < 0.1$  pour s'assurer l'échec quasi-total des deux processus parasites dès l'étape d'absorption, avec environ 97% d'atomes restant au repos, d'après une évaluation via l'équation maîtresse. Ces deux conditions correspondent à une lumière polarisée à plus de 99% en intensité, et un angle  $\theta < 6^\circ$ .

TABLE 3.1 – Processus d'absorption-émission stimulée possibles, et leur évolution en fonction des imperfections de polarisation  $\epsilon$  et  $\theta$  (voir texte). Chaque élément des trois dernières colonnes contient l'état de spin final et l'ordre dans lequel les atomes ont interagi avec les deux faisceaux (absorption  $\leftrightarrow$  émission stimulée).

Polarisation	Loi d'échelle	État initial : $m_F$	État initial : $m_F + 1$	État initial : $m_F + 2$
$(\sigma_a^+ \otimes \sigma_d^+)$	$\epsilon$	$m_F A \rightarrow D;$ $m_F D \rightarrow A$	$\emptyset$	$\emptyset$
$(\sigma_a^+ \otimes \sigma_d^-)$	<b>1</b>	$m_F + 2 A \rightarrow D$	$\emptyset$	$m_F D \rightarrow A$
$(\sigma_a^- \otimes \sigma_d^+)$	$\epsilon^2$	$m_F + 2 D \rightarrow A$	$\emptyset$	$m_F A \rightarrow D$
$(\sigma_a^- \otimes \sigma_d^-)$	$\epsilon$	$\emptyset$	$\emptyset$	$m_F + 2 A \rightarrow D;$ $m_F + 2 D \rightarrow A$
$(\pi_a \otimes \sigma_d^+)$	$\theta\epsilon$	$m_F + 1 D \rightarrow A$	$m_F A \rightarrow D$	$\emptyset$
$(\pi_a \otimes \sigma_d^-)$	$\theta$	$\emptyset$	$m_F + 2 A \rightarrow D$	$m_F + 1 D \rightarrow A$
$(\sigma_a^+ \otimes \pi_d)$	$\theta$	$m_F + 1 A \rightarrow D$	$m_F D \rightarrow A$	$\emptyset$
$(\sigma_a^- \otimes \pi_d)$	$\theta\epsilon$	$\emptyset$	$m_F + 2 D \rightarrow A$	$m_F + 1 A \rightarrow D$
$(\pi_a \otimes \pi_d)$	$\theta^2$	$\emptyset$	$m_F + 1 A \rightarrow D;$ $m_F + 1 D \rightarrow A$	$\emptyset$

# Chapitre 4

## Imagerie sub-résolution

Nous avons montré qu'une analyse numérique d'image par absorption d'un nuage dont la taille est sous la limite de résolution du système d'imagerie permet de retrouver la taille et la densité réelle de ce nuage. Notre approche s'appuie sur le fait que, à nombre d'atome total fixé, les nuages absorbent d'autant moins de lumière qu'ils sont petits.

Cette méthode nécessite donc de connaître indépendamment le nombre d'atomes. En pratique, dans ce régime, cette méthode nous a permis de mesurer la taille de nuages jusqu'à  $1/4$  de la limite de résolution de notre système optique. La limite fondamentale de cette approche qui passe outre la limite de diffraction reste fixée par la taille d'un photon, c'est-à-dire la longueur d'onde.

Je reproduis ci-dessous l'article complet [27]. Il fait l'objet d'une description approfondie dans la thèse à paraître d'A. Litvinov.

# Measuring densities of cold atomic clouds smaller than the resolution limit.

A. Litvinov<sup>1</sup>, P. Bataille<sup>1</sup>, E. Maréchal<sup>1,2</sup>, P. Pedri<sup>1</sup>, O. Gorceix<sup>1</sup>, M. Robert-de-Saint-Vincent<sup>1</sup>, B. Laburthe-Tolra<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Laboratoire de Physique des Lasers, Université Sorbonne Paris Nord F-93430 Villetaneuse, France and LPL CNRS, UMR 7538, F-93430 Villetaneuse, France

<sup>2</sup>Laboratoire de Physique et d'Etude des Matériaux (LPEM), CNRS, Université Paris Sciences et Lettres

(Dated: July 13, 2021)

We propose and demonstrate an experimental method to measure by absorption imaging the size and local column density of a cloud of atoms, even when its smallest dimension is smaller than the resolution of the imaging system. To do this, we take advantage of the fact that, for a given total number of atoms, a smaller and denser cloud scatters less photons when the gas is optically thick. The method relies on making an ansatz on the cloud shape along the unresolved dimension(s), and on providing an additional information such as the total number of atoms. We demonstrate the method on *in-situ* absorption images of elongated <sup>87</sup>Sr Fermi gases. We find significant non-linear corrections to the estimated size and local density of the cloud compared to a standard analysis. This allows us to recover an un-distorted longitudinal density profile, and to measure transverse sizes as small as one fourth of our imaging resolution. The ultimate limit of our method is the wavelength that is used for imaging.

The cold atoms community typically uses absorption imaging to explore the physics of dense clouds of atoms. In many cases, especially in the case of *in situ* observations to investigate *e.g.* the equation of state of quantum fluids [1–4] or 1D gases [5], these objects are extremely small and sometimes even below the resolution limit of the imaging system. More generally, quantum gases reveal interesting phenomena in small, local features: vortices [6] whose size is set by condensates' healing length and typically cannot be resolved *in situ*, density fluctuations [7], Wannier functions in optical lattices, etc. Resolving such structures is a difficult but rewarding problem that prompted important technical developments, using for example high-resolution objectives in the quantum gas microscope approach [8] (which are nevertheless still limited to the diffraction limit), the newly demonstrated quantum gas magnifier [9], super-resolution imaging [10, 11], scanning probes using electrons [12] or ions [13].

Here we focus on the *in-situ* imaging of small and dense objects using standard absorption imaging. In practice, trapped gases can be both extremely absorbing and smaller than the imaging resolution, which constitutes a severe difficulty for image analysis due to *e.g.* total light absorption [14] or diffraction of the optical fields used for imaging. We nevertheless show that it is still possible to accurately measure the size and local density of an object, even when this object is smaller than the imaging resolution.

The decrease in light intensity induced by propagation through an atomic sample can be linked to the column density thanks to the Beer-Lambert law. However, for objects smaller than the imaging resolution and when light absorption is strong, the information on the column density is partially lost. Indeed, the Beer-Lambert law is non linear and cannot be averaged over the imaging resolution. Crucially, the average number of absorbed

photons per atom depends on the cloud size since atoms in a smaller and therefore optically thicker medium are exposed to a reduced average light intensity. Our main idea is to take advantage of this to reconstruct information on size and local density at scales below the imaging resolution.

In the first section of this paper, we explain our image processing, which estimates the size of atomic clouds by using the non linearity of the Beer Lambert law and an initial information. This latter, we here take to be an independent measurement of the total number of atoms. In the second section, we use this method to analyze images of ultra-cold strontium clouds at temperature ranging from  $0.14 T_F$  to  $1.6 T_F$  (where  $T_F$  is the Fermi temperature). We focus on cases where the ultra-cold gases have expanded while being strongly confined in two dimensions, which results in a very elongated cloud with a very small transverse dimension due to confinement, and a longitudinal profile that reproduces the initial momentum distribution. This very elongated cloud, and in particular the measurement of its transverse size, is our subject of study. In practice, using the averaged Beer Lambert law results in a loss of information on this transverse size (which is smaller than the resolution limit of our imaging system), and a strongly distorted shape along the longitudinal axis. We show that our method enables us to deduce the transverse size, which in practice was down to 0.25 times the imaging resolution at the lowest temperature. This transverse size is in good agreement with theoretical predictions; the longitudinal density profile deduced from our method is also in agreement with the expected Fermi distribution.

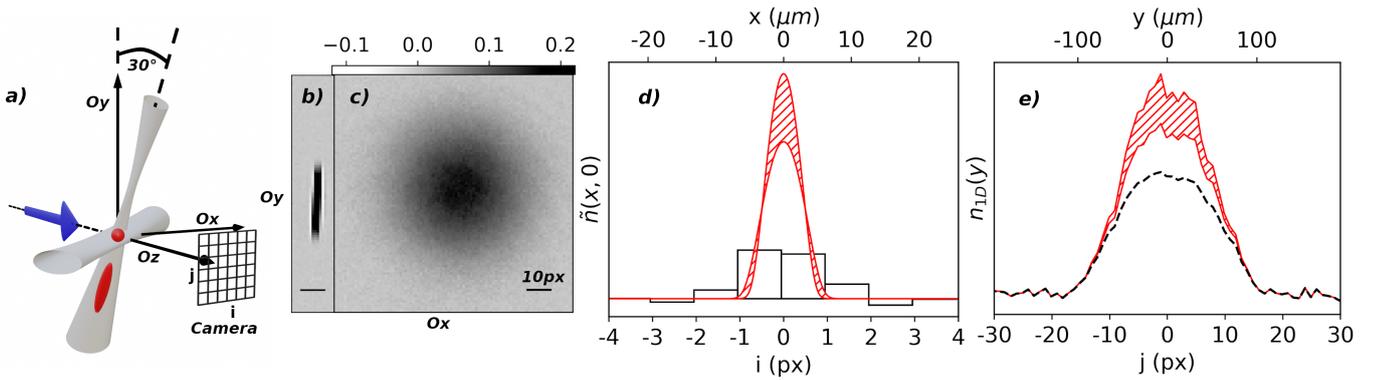


FIG. 1: Recovering density profiles from distorted absorption images of tightly confined gases. a) Geometry. b) Absorption image of a gas tightly confined and expanding in one dimension. c) Time of flight absorption image when the gas is released in all three directions. d) Cross section along the short axis of the column density shown in b), at peak value. The raw data (column density deduced from the pixelated optical depth) shows diffraction fringes locally leading to non-physical negative optical depth (black squares). Our method does not use the optical depth, but rather estimates density by counting missing photons and assuming a Gaussian shape to the cloud in its shortest dimension. The result of our method is shown by the red solid lines, delimiting a confidence interval (red hashes) resulting from experimental fluctuations. The raw data underestimates the atom number by a factor 1.5, and the peak column density by a factor of roughly 4 in this case, while our method allows to infer an object size of only 0.25 px (pixel size). e) Linear density along the long axis ( $Oy$ ),  $n_{1D}(y)$  deduced either by integrating the pixelated optical depth along the short axis ( $Ox$ ) (black dashes), or by our method (red solid lines, delimiting the confidence interval).

### BEER-LAMBERT LAW FOR OBJECTS BELOW IMAGING RESOLUTION

We first describe our approach to analyze absorption images of atomic clouds smaller than the imaging system resolution. We will focus on a situation where the profile of the column density is smaller than the resolution limit in one direction only. The approach can be generalized to structures that are smaller than the imaging resolution in the two dimensions perpendicular to the propagation axis of the imaging laser beam.

Under standard conditions of imaging, the propagation along  $Oz$  of resonant light at intensities  $I(x, y, z)$  below the saturation intensity, through an atomic cloud of density  $n(x, y, z)$ , follows the Beer-Lambert law

$$\frac{dI(x, y, z)}{I(x, y, z)} = -n(x, y, z)\sigma_0 dz \quad (1)$$

where  $\sigma_0 = 3\lambda^2/2\pi$  is the resonant light absorption cross-section for a single atom.  $\lambda$  is the photon wavelength. We will consider the situation where the longitudinal size of the object  $l$  along the direction of the imaging laser beam is smaller than the Rayleigh length associated with its transverse size  $\sigma$ , *i.e.*  $l < \pi\sigma^2/\lambda$ . In this regime, diffraction of the imaging beam as it propagates through the cloud can be neglected over the distance  $l$ , such that the intensity variations along  $x, y, z$  are independent. Then Eq.(1) can be integrated to provide

a measurement of the optical depth (OD):

$$OD(x, y) = -\log \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} = \sigma_0 \int_{-\infty}^{\infty} n(x, y, z) dz \quad (2)$$

where  $I_0(x, y)$  is the transmitted light intensity without atoms and  $I(x, y)$  the transmitted light intensity with atoms.  $OD(x, y)/\sigma_0$  thus provides the column density  $\int_{\mathbb{R}} n(x, y, z) dz \equiv \tilde{n}(x, y)$ .

Experimentally, information on light intensity is limited by the imaging resolution, set by *e.g.* the detector pixel size, aberrations, or the diffraction limit. We thus consider the collected power over a size  $a$ , at position  $\{x = ia, y = ja\}$ , characterized by the indices  $(i, j)$

$$P(i, j) = \iint_{D_{i,j}} I(x, y) dx dy \quad (3)$$

where  $D_{i,j} = [\{ia, (i+1)a\} \times \{ja, (j+1)a\}]$  is the domain of integration. It is possible to extract density information from  $\frac{P(i,j)}{P_0(i,j)}$  (where  $P_0(i,j)$  is the collected power without atoms) and Eq.(2) when  $I(x, y)$  varies slowly over the distance  $a$ , or when absorption is negligible. However, in general, and in the present situation,

$$\log \left( \frac{P(i, j)}{P_0(i, j)} \right) \neq \frac{1}{a^2} \iint_{D_{i,j}} \log \left( \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} \right) dx dy \quad (4)$$

such that only measuring  $P(i, j)$  and  $P_0(i, j)$  is insufficient to provide information on either the peak or the averaged column density.

Nevertheless, for a given total atom number, the total absorbed light power strongly depends on the extension of the imaged object in the imaged plane when absorption is strong, irrespective of the imaging resolution. This is due to a shadowing effect in which the first atoms met by the imaging light reduce the light intensity for the subsequent atoms. This is strongest for small size samples because of increased density. While this effect is well captured by the Beer-Lambert law, Eq. (4) indicates deviations when information is derived from images that are pixelated or blurred at the scale of the sample size. Then, the number of absorbed photons still depends on the size of the cloud, and, as we shall now see, it is still possible to deduce this size and the local density if one provides independent information, such as the total atom number.

In our experiment, the column density varies rapidly along the short axis  $Ox$  and slowly along  $Oy$ , see Fig. 1. We will now relate the total number of absorbed photons integrated along a pixel line parallel to  $Ox$  to the local column density. We define:

$$R_{ph}(j) = \sum_i \frac{P_0(i, j) - P(i, j)}{P_0(i, j)} \quad (5)$$

For brevity, we introduce  $\delta I(x, y) = I_0(x, y) - I(x, y)$ . We then relate the pixelated information to local intensities  $I(x, y)$  using Eq. (3), and then use Eq. (2).

$$\begin{aligned} R_{ph}(j) &= \sum_i \frac{1}{P_0(i, j)} \iint_{D_{i,j}} dx dy \delta I(x, y) \\ &= \sum_i \iint_{D_{i,j}} dx dy \frac{I_0(x, y)}{P_0(i, j)} \\ &\quad \times \left( 1 - \exp\left(-\sigma_0 \int_{\mathbb{R}} n(x, y, z) dz\right) \right) \end{aligned} \quad (6)$$

The discrete indices  $(i, j)$  and the size  $a$  can be matched to physical pixels of the camera, or to effective pixels after binning. In any case, Eq. (6) is valid provided the incident intensity in the atomic plane, imaged to form  $I_0(x, y)$  on the camera, is homogeneous at the spatial scale of the resolution limit of the imaging system.

To simplify Eq. (6), we note that  $\frac{I_0(x, y)}{P_0(i, j)} = \frac{1}{a^2}$ , and that  $\sum_i \int_{ia}^{(i+1)a} dx [\dots] = \int_{\mathbb{R}} dx [\dots]$  as the integrand  $[\dots]$  is zero far away from the cloud. Furthermore, in our case, the atomic density along  $Oy$  varies slowly over a pixel length, such that we can also replace  $\int_{ja}^{(j+1)a} dy f(y)$  (where  $f$  is the integrand over  $y$  in Eq. (6)) by  $af(ja)$ .

Our idea is to introduce an ansatz on the local column density profile along  $Ox$ , which for simplicity is taken as Gaussian:

$$\tilde{n}(x, y) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} \tilde{n}(0, y), \quad (7)$$

Then, in the integration along  $x$  of Eq.(6) we apply a change of variable  $u = x/\sigma_x$ . We obtain:

$$\begin{aligned} R_{ph}(j) &= \frac{\sigma_x}{a} \int_{\mathbb{R}} \left( 1 - \exp\left(-\sigma_0 \tilde{n}(0, aj) e^{-\frac{u^2}{2}}\right) \right) du \\ &\equiv \frac{\sigma_x}{a} F(\sigma_0 \tilde{n}(0, aj)), \end{aligned} \quad (8)$$

where we defined the transfer function  $F$ .

The total number of atoms  $N_{at}$  can be computed according to the definition of the column density and to Eq.(7), and related to  $R_{ph}$  using Eq.(8):

$$N_{at} = \frac{\sqrt{2\pi} a \sigma_x}{\sigma_0} \sum_j F^{-1}\left(\frac{a}{\sigma_x} R_{ph}(j)\right) \quad (9)$$

To obtain these equations, four assumptions have been made. First, the density along the short axis  $Ox$  is assumed to be a Gaussian of width  $\sigma_x$ . Second, the column density  $\tilde{n}(x = 0, y)$  along the long axis  $Oy$  is quasi-uniform along the width of a pixel. Third, the illumination is homogeneous at the scale of the resolution limit. Finally we also assumed that diffraction of the probe light by the atomic sample can be neglected over the depth of the sample along  $Oz$ , so that the Beer-Lambert law can be applied locally.

Both Eq.(8) and Eq.(9) give the possibility to reconstruct the actual density profiles even when the Beer-Lambert law cannot be used on averaged data. Indeed,  $F$  is non linear so that a given density profile  $\tilde{n}(0, aj)$  results in distorted profiles  $R_{ph}(j)$  that parametrically depend on  $\sigma_x$ . Therefore, we can in principle retrieve the transverse size  $\sigma_x$  from Eq.(8) when the longitudinal density profile is known a priori. This is the case for example in our experiment at high temperature, where the longitudinal cloud shape along  $Oy$  should obey Boltzmann statistics and be Gaussian. Alternatively Eq.(9) simply relates the free unknown parameter  $\sigma_x$  to the total number of atoms, which is useful provided this number can be measured independently.

In what follows, we obtain  $N_{at}$  by an independent measurement on expanded clouds for which the gas is larger than the resolution in 3D, so that the usual analysis holds and  $N_{at}^{3D} = \frac{a^2}{\sigma_0} \sum_{i,j} OD^{3D}(i, j)$  ( $OD^{3D}$  is the optical depth for the images with 3D expansion). We point out that the estimate of  $\sigma_x$  that we thus perform is independent from uncertainties in  $\sigma_0$  (uncertainties that can arise for example for atoms with an hyperfine structure due to optical pumping effects during the imaging pulse). Indeed, setting  $N_{at} = N_{at}^{3D}$ , from the explicit expressions of  $N_{at}$  and  $N_{at}^{3D}$  it follows immediately that  $\sigma_x$  is independent of  $\sigma_0$ .

## EXPERIMENTAL RESULTS

In our experiment, whose setup is detailed in [15], the  $^{87}\text{Sr}$  cold atomic sample is obtained after evaporation to reach regimes from  $T \simeq 2T_F$  down to  $T \simeq 0.15T_F$ . The optical dipole trap is made of an horizontal anisotropic laser beam crossed by a second laser beam at 30 degrees from vertical, see Fig.1.a. To produce a tightly confined gas in one dimension, we switch the horizontal beam off. This allows for an expansion of the gas channeled by the second laser beam, for times ranging from 0.1 ms to 20 ms. We then take an absorption image, see Fig.1.b, using a pulse of circularly polarized resonant light whose intensity is about 50 times below the saturation intensity, and a non-magnifying imaging system that uses a telescope configuration to approximately conjugate the atomic plane to a CCD chip with  $6.5 \mu\text{m}$ -wide pixels. The telescope is made of two achromatic lenses of local length  $f = 150 \text{ mm}$ , and diameter 50 mm. The opening diameter is set to 30 mm to reduce geometrical aberrations, and the diffraction-limited resolution corresponds to  $2.8 \mu\text{m}$ . However, in practice, the resolution of our imaging system is limited by the pixel size of the CCD chip. Furthermore, as a function of time, the cloud is positioned at different depths  $z$  along the imaging axis, due to the orientation of the guiding beam (see Fig 1.a). This results in images that can be slightly out-of-focus. To independently calibrate the number of atoms, we release the gas by switching off both trapping lasers and take absorption images after a three dimensional free flight, see Fig.1.c.

As can be seen in Fig.1.b, images of tightly confined gases are affected by pixelation and diffraction fringes perpendicular to the elongated direction. Fig.1.d shows a cut through those fringes, which are visible because the object is slightly out of focus. The only diffraction signature is along the transverse axis, and arises because of fast variations of the atomic density along this axis. Thus the light is redistributed along this direction only. Therefore, we can measure  $R_{ph}(j)$  on camera pixel lines without binning, even when the pixel size  $a$  is smaller than the actual optical resolution on out-of-focus clouds. Using Eq. (8) we deduce the transverse size and the local density profile of the gas, also shown in Fig.1.d.

Our approach thus recovers the local peak density from which we also infer the actual density profile along the elongated axis. As shown in Fig.1.e the linear density derived by integrating the pixelated optical depth has a distorted shape compared to the linear density, as recovered by our method. As far as the low density part is concerned the reconstructed profile matches that deduced from integrating the pixelated optical depth, as expected for low absorption. In contrast, the high density region, corresponding to larger absorption, is underestimated when using the pixelated optical depth.

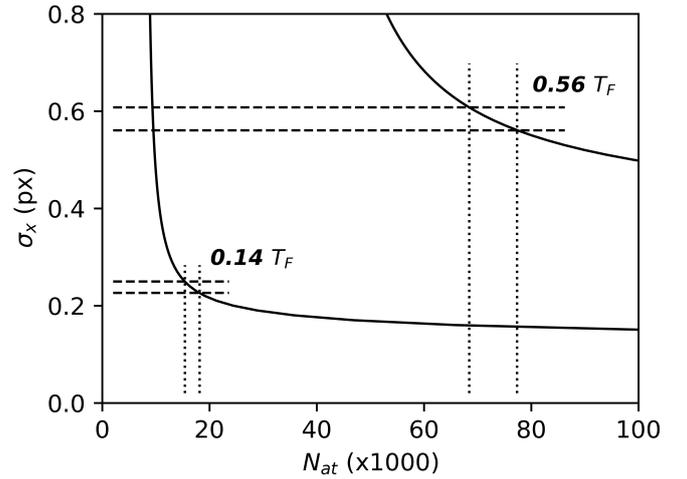


FIG. 2: Determination of  $\sigma_x$  based on the independently measured total atom number  $N_{at}$ , for two images (at  $0.14 T_F$  and  $0.56 T_F$ ) whose peak optical depths significantly differ. The black line is the inverse of Eq.(9) for a specific  $R_{ph}$ , *i.e.* a single image. The atom number confidence intervals (delimited by the dotted lines) are due to atom number fluctuations from shot to shot, and are the dominant cause for the  $\sigma_x$  confidence intervals (delimited by the dashed lines). Qualitatively, a low optical depth results in a large slope, and thus large  $\sigma_x$  uncertainty.

### Analysis of the sub-resolution transverse size

We now focus on our measurements of  $\sigma_x$ . Fig. 2 illustrates how the atom number from reference images is used to recover  $\sigma_x$ . For a given picture of the elongated cloud, we compute  $R_{ph}(j)$ , we plot the number of atoms  $N_{at}$  deduced from Eq.(9) as a function of an assumed value of  $\sigma_x$ . From the reference measurement of  $N_{at}^{3D}$  and its uncertainty associated with shot to shot fluctuations, we deduce the corresponding value and confidence interval of  $\sigma_x$  that we will present on the following figures.

On Fig. 3 we observe that  $\sigma_x$  does not vary much with the guided time of flight (its variations are similar to the approximately 10% standard deviations of the data). Such a small variation is expected because the gas evolves while being confined in the guiding beam with a transverse confinement frequency which we estimate to vary from 210 Hz at the initial position to 145 Hz after 20 ms of guided fall. Indeed, if we assume that the transverse degrees of freedom follow adiabatically such an evolution, the decrease in trapping frequency corresponds to an increase of only 20% in the transverse size. Our ability to measure  $\sigma_x$  for a large range of expansion times illustrates the robustness of the method as, from short to long time of flight, the peak optical density varies by a factor 14 because of the longitudinal expansion. Furthermore, the method provides accurate estimates of  $\sigma_x$  even for short expansion times (2 ms), which indicates that the longitu-

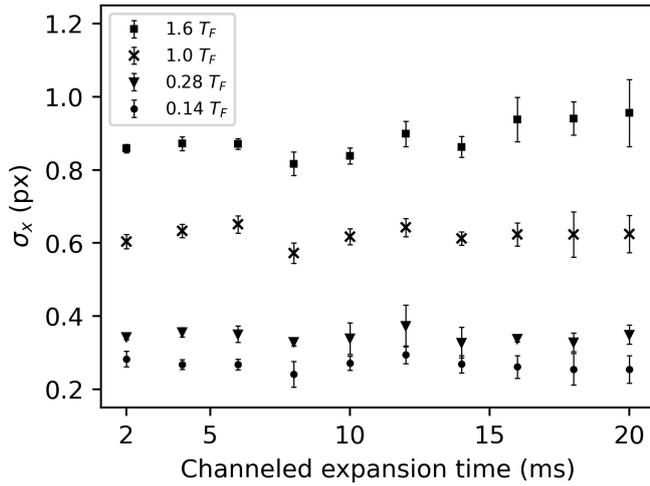


FIG. 3: Time dependence of  $\sigma_x$  from 2 ms to 20 ms channeled expansion, at different degeneracies. Each point aggregates typically 10 images, with error bars that show the standard deviations between the individual measurements. Those standard deviations match the individual picture confidence interval (see Fig.2), and thus can be attributed to mostly measurement uncertainty. The degeneracy is deduced from the reference images.

dinal profile varies slowly enough for the approximation made to derive Eq.(8) to remain valid.

As shown in Fig. 4,  $\sigma_x$  depends on the temperature and reaches 0.25 times the pixel size at lowest temperatures,  $T \simeq 30$  nK at  $0.14 T_F$ . This value, *i.e.*  $1.6 \mu\text{m}$ , is smaller than the typical distortions introduced by diffraction of the imaging beam and out-of-focus measurements. It is also smaller than the ultimate resolution of our imaging system (set by the pixel size).

To compare our measurements to theoretical expectations, we use the reference images of 3D expansions, and we measure the mean kinetic energy along the longitudinal axis  $E_K$ . Based on the equipartition of energy, and neglecting inter-atomic interactions, we expect  $\frac{1}{2}m\omega^2\sigma_{x_{th}}^2 = E_K$ . In Fig. 4, we thus compare the measured dependence of  $\sigma_x$  as a function of the energy per atom to the expected values of  $\sigma_{x_{th}}$ , using the independently measured initial trap confinement frequency. We find an overall good agreement with this rough theoretical model without free parameter, with discrepancies smaller than 15 % throughout the curve. We point out that, based on the resolution of the Boltzmann equations [16], we expect interaction effects on the measurement of  $E_K$  during the expansion to be of the order of 8 percent at the lowest temperature given our experimental parameters [17], while the interaction effects on  $\sigma_x$  are of the order of 1 percent.

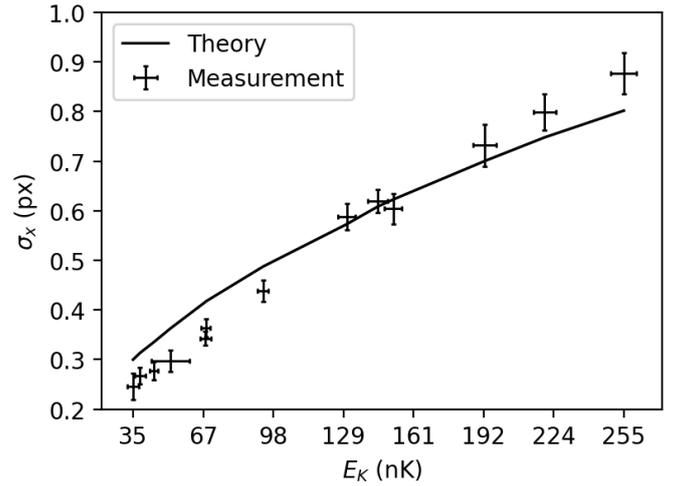


FIG. 4: Dependence of  $\sigma_x$  as a function of kinetic energy along one direction. The kinetic energy is deduced from the reference images. The black line shows the expected size according to equipartition of energy. The error bars show the standard deviations, aggregating data for all channeled expansion times.

### Longitudinal profile

In order to further verify that our results match the ones that are expected from the theoretical point of view, we now turn to the longitudinal profiles that we obtain, and compare them to theory. In Fig. 5, we present both the longitudinal density profile deduced from the pixelated optical depth, and the 1D density profile  $n_{1D}$  deduced from our method.

Fig.5.a shows a non degenerate gas at  $1.6 T_F$  after a channeled expansion of 10 ms. For such a long expansion, the longitudinal profile should reflect the momentum distribution along this axis before expansion. Both profiles are fitted by Gaussian distributions since at this temperature the momentum distribution is almost perfectly described by Boltzmann statistics. The residuals to the fits show that the 1D profile deduced from the pixelated optical depth (upper residuals) systematically distorts the shape of the cloud, while our reconstruction method (lower residuals) naturally recovers the expected Gaussian profile.

As shown in Fig. 1.a, this expansion is performed along an axis that makes an angle with the imaging plane, which defines a parallax for our measurements. In addition, during the expansion, the atoms feel a position-dependent potential due to the divergence of the Gaussian laser beam. In practice this results in an anti-confinement. The parallax and anti-confinement can both be measured by comparing the size of the expanding cloud to its temperature, and measuring the trajectory of the center of mass. For the analysis shown in Fig. 5, the

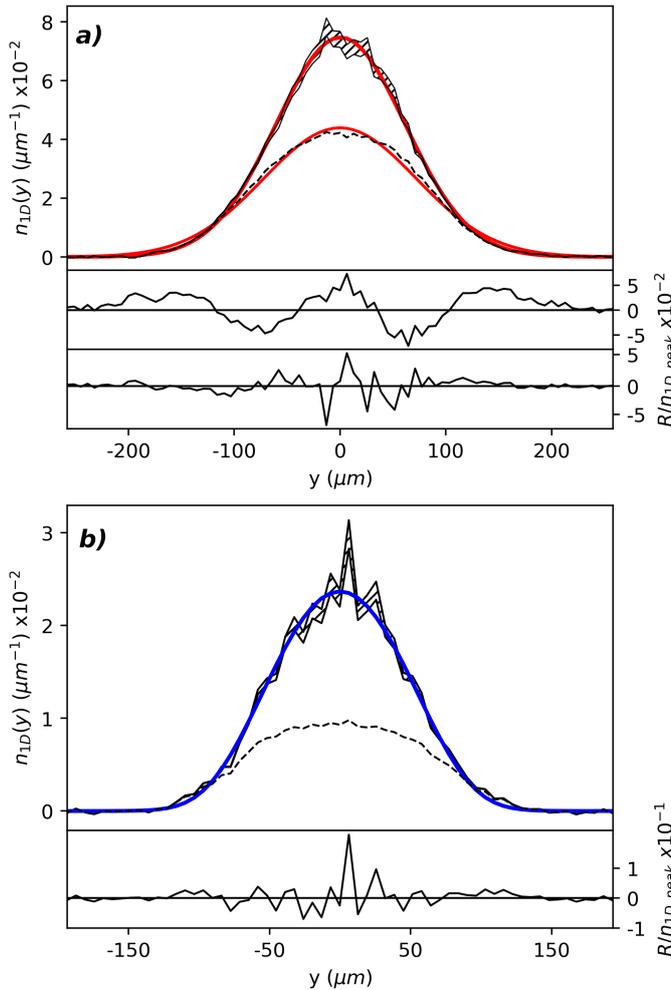


FIG. 5: Density profiles along the long axis  $Oy$ . The black hashed surface is the confidence interval on the measured  $n_{1D}(y)$ . The dashed line corresponds to the density deduced from the pixelated optical depth. a) Non degenerate gas at  $1.6 T_F$  after a 10 ms guided expansion. The red lines are Gaussian fits for the linear density deduced from the pixelated optical depth (upper normalized residual) and for  $n_{1D}(y)$  (lower normalized residual). The residuals show that the raw data differs significantly from the expected Gaussian shape of a thermal gas. On the contrary, our method recovers this expected Gaussian shape. b) Degenerate gas at  $0.21 T_F$  after a 18 ms guided expansion. In blue, the expected density profile (with no free parameter) matches the profile recovered by our method, as demonstrated by the residuals shown below.

parallax and anti-confinement simply result in a single multiplicative correction parameter  $C$  to the cloud size for a given expansion time.

Fig. 5.b shows the linear density of a degenerate gas at  $0.21 T_F$ . We compare it to the expected density profile of a degenerate Fermi gas expanding in 1D. There are no free parameters since this density profile only depends on the number of atoms, the temperature and degeneracy, which are all measured from the reference images, and

$C$ , measured from Fig. 5.a. Obviously, the linear density profile from pixelated data is in severe disagreement with the theoretical model, unlike the reconstructed profile. The agreement with this latter profile is good throughout the curve as can be seen from the residuals. However, for the lowest momenta, we also observe a strong noise that affects the reconstruction. These irregularities are due to the strong non-linearity of the transfer function  $F$  at high density. This non-linearity may also bias an initially symmetric noise. This constitutes a limitation to our reconstruction scheme when the source of the noise is purely from technical origin; however, it also signals that our method could unveil density fluctuations that would otherwise be washed out by the limited optical resolution.

### Discussion and conclusion

We introduced a novel method to analyze absorption images and to measure density profiles at scales below the imaging resolution limit that may occur due to *e.g.* pixelation, distortion of the images caused by aberrations, and the diffraction by the numerical aperture. These limitations are well known in the community and make the analysis of very small objects particularly difficult. Here we go beyond the approach performed in [18, 19] that corrects the absorption by a simple numerical factor. Since the deviation to the Beer-Lambert law is non-linear, we find that it is important to follow such a procedure as presented here, in order to recover the exact local density and an un-distorted density profile, even along the direction in which the cloud is larger than the imaging resolution.

In our experiment, we characterize objects as small as 0.25 times our pixel size, despite diffraction fringes due to out of focus imaging as large as two pixels - these objects are thus significantly below our resolution limit. Comparisons with theoretical models of the cloud shape with no free parameter confirm the validity of these results. We have further checked our method by testing its sensitivity to the ansatz that is chosen for the transverse profile. We found that using a Fermi distribution in the transverse profile barely modifies our results. This good agreement relies on a certain similarity between the actual density profile and the chosen ansatz. However, our method would not be able to reveal *unexpected* features in the shape along the non-resolved direction, since different density shapes could lead to the same number of scattered photons.

We point out that although our method allows retrieving features below the imaging resolution, its fundamental limit is  $\simeq \lambda$ , as  $\lambda$  sets the scattering cross section of light by the atoms. As a consequence, an object whose size would be below  $\lambda$  would affect light propagation identically irrespective of its actual size. In addition to this

limit on the transverse size  $\sigma$ , there is also a limitation associated with the depth  $l$  of the object along the axis of the imaging beam. For our equations to hold, it is necessary that the diffraction of the light field can be neglected over the distance  $l$ . Therefore it is important that  $l < \pi\sigma^2/\lambda$ .

Finally, we point out that our method could easily be generalized to study features smaller than the imaging resolution within clouds otherwise larger than the imaging resolution. For example, using the appropriate ansatz, we have in mind to measure the size of vortex cores within a 2D or a 3D superfluid, that are typically below the imaging resolution, or other hydrodynamic structures such as solitons [20].

Acknowledgements: This research was funded by the Agence Nationale de la Recherche (projects ANR-18-CE47-0004 and ANR-16-TERC-0015-01), the Conseil Regional d'Ile-de-France, Institut FRancilien des Atomes Froids, DIM Nano'K (projects METROSPIN and ACOST), DIM Sirteq (project SureSpin), and Labex FIRST-TF (project CUSAS).

- 
- [2] T. Ho, Q. Zhou, Nature Physics **6**, 131 (2009).
  - [3] S. Nascimbene et al., Nature **463**, 1057 (2010)
  - [4] T. Yefsah et al., Phys. Rev. Lett. **107**, 130401 (2011)
  - [5] M. A. Cazalilla et al., Rev. Mod. Phys. **83**, 1405 (2011).
  - [6] M. R. Matthews et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 2498 (1999), B. P. Anderson et al., Phys. Rev. Lett. **85**, 2857 (2000), K. W. Madison et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 806 (2000), J. R. Abo-Shaeer et al., Science **292**, 476 (2001), E. Hodby et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 010405 (2002), C. Raman et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 210402 (2001), Zwierlein et al., Nature **435**, 1047 (2005)
  - [7] R. N. Bisset, C. Ticknor, and P. B. Blakie, Phys. Rev. A **88**, 063624 (2013)
  - [8] C. Gross and I. Bloch, Science, **357**, 995 (2017)
  - [9] L. Asteria et al., arXiv:2104.10089 (2021)
  - [10] S. Subhankar et al., Phys. Rev. X **9**, 021002 (2019)
  - [11] M. McDonald et al. Phys. Rev. X **9**, 021001 (2019).
  - [12] P. Würtz et al., Phys. Rev. Lett. **103**, 080404 (2009)
  - [13] C. Veit et al., Phys. Rev. X **11**, 011036 (2021)
  - [14] G. Reinaudi et al., Opt. Lett. **32**, 3143 (2007).
  - [15] P. Bataille et al., Phys. Rev. A **102**, 013317 (2020)
  - [16] C. Menotti, P. Pedri, and S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **89**, 250402 (2002)
  - [17] L. Sonderhouse et al., Nature Physics **16**, 1216 (2020)
  - [18] J. Esteve et al., Phys. Rev. Lett. **96**, 130403 (2006)
  - [19] J. Armijo et al., Phys. Rev. Lett. **105**, 230402 (2010)
  - [20] J. Denschlag et al., Science, **287**, 97 (2000)

- [1] Y. Shin et al., Nature **451**, 689 (2008), Y. Shin, Phys. Rev. A **77**, 041603(R) (2008).

# Conclusion

J'ai pendant ma thèse, obtenu le premier MOT fermionique du groupe en raie large puis en raie étroite de  $^{87}\text{Sr}$ , que j'ai refroidi par évaporation jusqu'à la dégénérescence dans un piège dipolaire, obtenant ainsi la première mer de Fermi de  $^{87}\text{Sr}$  en France (typiquement  $10^4$  atomes à  $T/T_F \sim 0.2$ ). J'ai conçu et assemblé les réseaux optiques à 532 nm et 1064 nm qui, combinés, forment un empilement de réseaux 2D carrés indépendants. Le long de ces réseaux, j'ai rajouté une onde stationnaire à 689 nm, dont nous avons choisi l'angle de façon à créer un champ magnétique artificiel quasi-alterné sur les atomes par effet de déplacement lumineux dépendant du spin. En présence de ce champ alterné, notre approche est de retourner le spin des atomes 1 site sur 2 de façon à créer un état de Néel, qui correspond à l'état fondamental du système à N corps lorsque l'intensité du déplacement lumineux dépasse les énergies d'interaction entre atomes. Pour ceci, on partira d'un état polarisé que l'on peut créer grâce aux techniques de manipulation de spin que j'ai développées. Enfin, on pourra caractériser cet état en utilisant la méthode de mesure résolue en spin que j'ai développée pendant ma thèse, dont l'efficacité dépasse 85%. J'ai discuté des possibilités d'amélioration de cette technique dans ma thèse.

Notre groupe a pu récemment commencer son travail sur l'inscription de textures de spin, qui sont le premier objectif de la thèse de Husain Ahmed. Une fois cette étape franchie, on abaissera progressivement l'intensité du réseau à 689 nm. On espère, d'après le théorème adiabatique, rester dans l'état de plus basse énergie si l'évolution du déplacement lumineux est suffisamment lente. L'existence d'un gap en énergie en  $1/N_{\text{at}}$  (avec  $N_{\text{at}}$  le nombre d'atomes) entre l'état fondamental et le premier état excité sera peut être handicapante. Nos expériences permettront de tester les limites de l'adiabaticité du processus en testant par exemple sa réversibilité.

Lors de ce transfert adiabatique, notre collaborateur T. Roscilde évoque par exemple l'apparition d'une transition entre un état localisé (état propre confiné dans l'espace à cause du potentiel quasi périodique utilisé) et un état délocalisé avec des corrélations singulet. Nous pourrions généraliser l'approche que j'ai présentée de  $\text{SU}(2)$  jusqu'à  $\text{SU}(10)$ , avec un niveau de difficulté technique croissant, mais qui ouvre la perspective d'explorer une très large gamme de physique  $\text{SU}(N)$  sur le dispositif.

Par ailleurs, la méthode de spectroscopie que nous avons développée, adaptable à de nombreuses expériences de strontium différentes, est un outil intéressant pour la réalisation d'horloges simples et transportables, avec, dans notre cas, une instabilité relative en fréquence de  $2 \times 10^{-12}$  à 1 s (avec une limite fondamentale de  $2 \times 10^{-14}$ ). De manière plus générale, elle permet de fournir une référence de fréquence en raie étroite facile à mettre en œuvre pour toute expérience utilisant du strontium. La collaboration avec le groupe de M. Cheneau a permis de développer un design utilisant une cellule et

non plus un jet, encore plus facile à mettre en œuvre.

Le travail direct sur un jet atomique nous a permis de réaliser la flexibilité qu'apporte le temps de vie de l'état métastable, et ainsi poussé à entreprendre la construction d'un laser superradiant, qui présente un fort parallèle avec notre méthode de spectroscopie. Dans cette nouvelle expérience, le faisceau de lecture est remplacé par une cavité dans laquelle on souhaite obtenir de l'émission spontanée collective [77].

On a ainsi pu se convaincre que les expériences utilisant un jet atomique, de part leur simplicité, peuvent avoir un grand intérêt pour des mesures de précision et les technologies quantiques. Le strontium est un élément intéressant pour ces applications car la largeur de sa raie d'intercombinaison est un bon compromis, qui permet une manipulation en jet sans la complexité de la raie d'horloge. On s'attend ainsi à voir, avec des atomes thermiques, des phénomènes profondément quantiques, comme la superradiance.

Enfin, notre méthode d'imagerie sub-résolution est un nouvel outil dans la communauté des atomes froids. Nous avons montré que même des images pixelisées et affectées de franges de diffraction contiennent une information quantitative qui peut être retrouvée sur la taille des nuages. De manière générale, quelle que soit la qualité de l'imagerie, pour un nuage petit devant la limite de résolution du système, il faut utiliser cette méthode si on souhaite être quantitatif sur la mesure du profil de densité. Il reste à voir si la simplicité analytique de notre approche survit au test d'autres expériences : des difficultés peuvent survenir dans les systèmes denses, par exemple liées à la diffusion multiple des photons. La structure hyperfine des atomes peut aussi représenter une difficulté.

Si notre méthode survit à ces difficultés, cette méthode permettrait par exemple de compter des vortex dans un système 2D, alors qu'ils sont typiquement d'une taille difficilement résolvable par les dispositifs d'imagerie standard.

# Bibliographie

- [1] R. P. FEYNMAN, « Simulating physics with computers », [International Journal of Theoretical Physics](#) **21**, 467-488 (1982).
- [2] J. HUBBARD et B. H. FLOWERS, « Electron Correlations in Narrow Energy Bands », [Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences](#) **276**, 238-257 (1963).
- [3] J. G. BEDNORZ et K. A. MÜLLER, « Possible high-Tc superconductivity in the Ba-La-Cu-O system », [Zeitschrift für Physik B Condensed Matter](#) **64**, 189-193 (1986).
- [4] P. A. LEE, N. NAGAOSA et X.-G. WEN, « Doping a Mott Insulator : Physics of High-Temperature Superconductivity », [Reviews of Modern Physics](#) **78**, 17-85 (2006).
- [5] P. W. ANDERSON, « The Resonating Valence Bond State in La<sub>2</sub>CuO<sub>4</sub> and Superconductivity », [Science](#) **235**, 1196-1198 (1987).
- [6] B. NORMAND, « Frontiers in Frustrated Magnetism », [Contemporary Physics](#) **50**, 533-552 (2009).
- [7] F. BERT et al., « Quand la frustration rend plus dynamique : les liquides de *spins* quantiques », [Reflets de la physique](#), 4-11 (2013).
- [8] M. A. CAZALILLA et A. M. REY, « Ultracold Fermi Gases with Emergent SU(N) Symmetry », [Reports on Progress in Physics](#) **77**, 124401 (2014).
- [9] T. ESSLINGER, « Fermi-Hubbard Physics with Atoms in an Optical Lattice », [Annual Review of Condensed Matter Physics](#) **1**, 129-152 (2010).
- [10] I. BLOCH, J. DALIBARD et W. ZWERGER, « Many-Body Physics with Ultracold Gases », [Reviews of Modern Physics](#) **80**, 885-964 (2008).
- [11] U.-J. WIESE, « Ultracold Quantum Gases and Lattice Systems : Quantum Simulation of Lattice Gauge Theories », [Annalen der Physik](#) **525**, 777-796 (2013).
- [12] P. NATAF et F. MILA, « Exact Diagonalization of Heisenberg SU(N) Models », [Physical Review Letters](#) **113**, 127204 (2014).
- [13] S. TAIE et al., « Realization of a SU(2) x SU(6) System of Fermions in a Cold Atomic Gas », [Physical Review Letters](#) **105**, 190401 (2010).
- [14] P. M. DUARTE et al., « Compressibility of a Fermionic Mott Insulator of Ultracold Atoms », [Physical Review Letters](#) **114**, 070403 (2015).
- [15] A. AUERBACH, *Interacting Electrons and Quantum Magnetism* (Springer-Verlag New York, 1994).

- [16] S. TAIE et al., « Observation of antiferromagnetic correlations in an ultracold SU(N) Hubbard model », [Nature Physics](#), **1-6** (2022).
- [17] G. CAPPELLINI et al., « Direct Observation of Coherent Interorbital Spin-Exchange Dynamics », [Physical Review Letters](#) **113**, 120402 (2014).
- [18] F. SCAZZA et al., « Observation of two-orbital spin-exchange interactions with ultracold SU(N)-symmetric fermions », [Nature Physics](#) **10**, 779-784 (2014).
- [19] S. TAIE et al., « An SU(6) Mott insulator of an atomic Fermi gas realized by large-spin Pomeranchuk cooling », [Nature Physics](#) **8**, 825-830 (2012).
- [20] G. PAGANO et al., « A one-dimensional liquid of fermions with tunable spin », [Nature Physics](#) **10**, 198-201 (2014).
- [21] I. MANAI et al., « Shelving Spectroscopy of the Strontium Intercombination Line », [Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics](#) **53**, 085005 (2020).
- [22] A. D. LUDLOW et al., « Optical atomic clocks », [Reviews of Modern Physics](#) **87**, 637-701 (2015).
- [23] H. G. DEHMELT, « Monoion Oscillator as Potential Ultimate Laser Frequency Standard », [IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement](#) **IM-31**, 83-87 (1982).
- [24] J. WRACHTRUP et al., « Optical detection of magnetic resonance in a single molecule », [Nature](#) **363**, 244-245 (1993).
- [25] P. BATAILLE et al., « Adiabatic Spin-Dependent Momentum Transfer in an SU(N) Degenerate Fermi Gas », [Physical Review A](#) **102**, 013317 (2020).
- [26] Y. KAWAGUCHI et M. UEDA, « Spinor Bose–Einstein condensates », [Physics Reports, Spinor Bose–Einstein Condensates](#) **520**, 253-381 (2012).
- [27] A. LITVINOV et al., « Measuring Densities of Cold Atomic Clouds Smaller than the Resolution Limit », [Physical Review A](#) **104**, 033309 (2021).
- [28] M. M. BOYD, « High precision spectroscopy of strontium in an optical lattice : towards a new standard for frequency and time », thèse de doct. (2002).
- [29] M. M. BOYD et al., « Nuclear Spin Effects in Optical Lattice Clocks », [Physical Review A](#) **76**, 022510 (2007).
- [30] R. SANTRA, K. V. CHRIST et C. H. GREENE, « Properties of Metastable Alkaline-Earth-Metal Atoms Calculated Using an Accurate Effective Core Potential », [Physical Review A](#) **69**, 042510 (2004).
- [31] R. LE TARGAT et al., « Experimental realization of an optical second with strontium lattice clocks », [Nature Communications](#) **4**, 2109 (2013).
- [32] A. DEREVIANKO, « Feasibility of Cooling and Trapping Metastable Alkaline-Earth Atoms », [Physical Review Letters](#) **87**, 023002 (2001).
- [33] T. MUKAIYAMA et al., « Recoil-limited laser cooling of  $^{87}\text{Sr}$  atoms near the fermi temperature », [Physical Review Letters](#) **90**, 113002 (2003).
- [34] G. CAMY, Ch. J. BORDÉ et M. DUCLOY, « Heterodyne saturation spectroscopy through frequency modulation of the saturating beam », [Optics Communications](#) **41**, 325-330 (1982).

- [35] J. H. SHIRLEY, « Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy », [Optics Letters](#) **7**, 537-539 (1982).
- [36] A. SCHENZLE, R. G. DEVOE et R. G. BREWER, « Phase-Modulation Laser Spectroscopy », [Physical Review A](#) **25**, 2606-2621 (1982).
- [37] D. J. MCCARRON, S. A. KING et S. L. CORNISH, « Modulation transfer spectroscopy in atomic rubidium », [Measurement Science and Technology](#) **19**, 105601 (2008).
- [38] E. D. BLACK, « An Introduction to Pound–Drever–Hall Laser Frequency Stabilization », [American Journal of Physics](#) **69**, 79-87 (2001).
- [39] H. METCALF et P. van der STRATEN, *Laser cooling and trapping* (1999).
- [40] S. M. HEIDER et G. O. BRINK, « Hyperfine structure of  $^{87}\text{Sr}$  in the  $^3P_2$  metastable state », [Physical Review A](#) **16**, 1371-1374 (1977).
- [41] Z. PUTLITZ et GIBBERT, « Determination of the electric nuclear quadrupole moment of odd stable strontium-87 nucleus », [Zeitschrift fuer Physik](#) **175**, 10.1007/BF01375346 (1963).
- [42] S. STELLMER et F. SCHRECK, « Reservoir spectroscopy of  $5s5p\ ^3P_2 - 5snd\ ^3D_{(1,2,3)}$  transitions in strontium », [Physical Review A](#) **90**, 022512 (2014).
- [43] S. STELLMER, F. SCHRECK et T. C. KILLIAN, « Degenerate quantum gases of Strontium », thèse de doct. (University of Innsbruck, mai 2014).
- [44] I. COURTILLOT, « Première observation de la transition fortement interdite  $^1S_0 - ^3P_0$  du strontium, pour une horloge optique à atomes piégés », thèse de doct. (Université Paris 6, 2003), <https://www.theses.fr/2003PA066421>.
- [45] J. HUCKANS et al., *Note on the reflectance of mirrors exposed to a strontium beam*, (17 mai 2018) <http://arxiv.org/abs/1802.08499>, preprint.
- [46] J. A. GIORDMAINE et T. C. WANG, « Molecular Beam Formation by Long Parallel Tubes », [Journal of Applied Physics](#) **31**, 463-471 (1960).
- [47] W. D. PHILLIPS et H. METCALF, « Laser Deceleration of an Atomic Beam », [Physical Review Letters](#) **48**, 596-599 (1982).
- [48] C. COHEN-TANNOUJDI, J. DUPONT-ROC et G. GRYNBERG, *Processus d'interaction entre photons et atomes* (EDP Sciences, 3 déc. 2012).
- [49] F. LISON et al., « High-brilliance Zeeman-slowed cesium atomic beam », [Physical Review A](#) **61**, 013405 (1999).
- [50] P. A. MOLENAAR et al., « Diagnostic technique for Zeeman-compensated atomic beam slowing : Technique and results », [Physical Review A](#) **55**, 605-614 (1997).
- [51] V. BAGNATO, A. ASPECT et S. ZILIO, « Study of laser deceleration of an atomic beam by monitoring the fluorescence along the deceleration path », [Optics Communications](#) **72**, 76-81 (1989).
- [52] B. J. DESALVO et al., « Degenerate fermi gas of  $^{87}\text{sr}$  », [Physical Review Letters](#) **105**, 030402 (2010).

- [53] H. KATORI et al., « Magneto-Optical Trapping and Cooling of Strontium Atoms down to the Photon Recoil Temperature », *Physical Review Letters* **82**, 1116-1119 (1999).
- [54] R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER et Y. B. OVCHINNIKOV, « Optical dipole traps for neutral atoms », 24 fév. 1999, <http://arxiv.org/abs/physics/9902072>.
- [55] C. J. FOOT, *Atomic physics*, Oxford Master Series in Physics 7. Atomic, Optical, and laser physics (Oxford University Press, Oxford ; New York, 2005).
- [56] G. FERRARI et al., « Precision frequency measurement of visible intercombination lines of strontium », *Physical Review Letters* **91**, 243002 (2003).
- [57] I. COURTILOT et al., « Accurate spectroscopy of sr atoms », *The European Physical Journal D* **33**, 161-171 (2005).
- [58] L. HUI et al., « Precision frequency measurement of  $^1S_0 - ^3P_1$  intercombination lines of sr isotopes », *Chinese Physics B* **24**, 013201 (2015).
- [59] H. SHANG et al., « Miniaturized calcium beam optical frequency standard using fully-sealed vacuum tube with  $10^{-15}$  instability », *Optics Express* **25**, 30459 (2017).
- [60] C. HAGEMANN et al., « Ultrastable laser with average fractional frequency drift rate below  $5 \times 10^{-19}/s$  », *Optics Letters* **39**, 5102 (2014).
- [61] B. T. R. CHRISTENSEN et al., « Nonlinear spectroscopy of Sr atoms in an optical cavity for laser stabilization », *Physical Review A* **92**, 053820 (2015).
- [62] J. J. MCFERRAN et A. N. LUITEN, « Fractional frequency instability in the  $10^{-14}$  range with a thermal beam optical frequency reference », *JOSA B* **27**, 277-285 (2010).
- [63] J. OLSON et al., « Ramsey-Bordé matter-wave interferometry for laser frequency stabilization at  $10^{-16}$  frequency instability and below », *Physical Review Letters* **123**, 073202 (2019).
- [64] J. J. MCFERRAN, J. G. HARTNETT et A. N. LUITEN, « An optical beam frequency reference with  $10^{-14}$  range frequency instability », *Applied Physics Letters* **95**, 031103 (2009).
- [65] A. MOLINERI, « Un nouveau dispositif pour étudier la relaxation d'un système quantique à N corps », thèse de doct. (Université Paris-Saclay (ComUE), 2019), <http://www.theses.fr/2019SACL0013%22>.
- [66] J. RUMBLE R., *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 99<sup>e</sup> éd. (CRC Press, 2018).
- [67] C. J. BORDÉ et al., « Saturated absorption line shape : calculation of the transit-time broadening by a perturbation approach », *Physical Review A* **14**, 236-263 (1976).
- [68] A. J. WALLARD, « Frequency stabilization of the helium-neon laser by saturated absorption in iodine vapour », *Journal of Physics E: Scientific Instruments* **5**, 926-930 (1972).
- [69] P. KERSTEN et al., « A transportable optical calcium frequency standard », *Applied Physics B: Lasers and Optics* **68**, 27-38 (1999).

- [70] C. J. BORDÉ, G. CAMY et B. DECOMPS, « Measurement of the recoil shift of saturation resonances of  $^{127}\text{I}_2$  at 5145 angstroms : a test of accuracy for high-resolution saturation spectroscopy », *Physical Review A* **20**, 254-268 (1979).
- [71] A. G. MUNGALL, « The Second Order Doppler Shift in Cesium Beam Atomic Frequency Standards », *Metrologia* **7**, 49-56 (1971).
- [72] I. MANEK, Y. OVCHINNIKOV et R. GRIMM, « Generation of a hollow laser beam for atom trapping using an axicon », *Optics Communications* **147**, 67-70 (1998).
- [73] Z. LIU et al., « Generation of hollow gaussian beams by spatial filtering », *Optics Letters* **32**, 2076 (2007).
- [74] Y. LI et al., « Narrow-line diode laser system for laser cooling of strontium atoms on the intercombination transition », *Applied Physics B* **78**, 315-320 (2004).
- [75] H. KAI-KAI et al., « Application of electron-shelving detection via 423 nm transition in calcium-beam optical frequency standard », *Chinese Physics Letters* **23**, 3198-3201 (2006).
- [76] P. DUBÉ et al., « A narrow linewidth and frequency-stable probe laser source for the  $^{88}\text{Sr}^+$  single ion optical frequency standard », *Applied Physics B* **95**, 43-54 (2009).
- [77] B. LABURTHE-TOLRA et al., *Correlations and Linewidth of the Atomic Beam Continuous Superradiant Laser*, (11 oct. 2022) <http://arxiv.org/abs/2210.05464>, preprint.